

电力系统潮流计算与最优潮流基础

(v0.1)

复杂电力系统认知实验室
上海交通大学电气工程学院

2026 年 7 月 7 日

前言

电力系统潮流计算与最优潮流是理解电网稳态运行、运行校核和优化调度的基础内容。潮流计算回答的是“在给定运行条件下，系统电压和功率如何分布”的问题；最优潮流回答的是“在满足网络物理规律和运行约束的条件下，如何选择更优运行方式”的问题。二者共同构成了电力系统分析与调度优化中的核心模型基础。

本书内容分为三个篇章。第一篇为建模基础，对应第 1 章至第 3 章，主要介绍潮流计算网络建模、潮流方程和节点类型。第 1 章从单线图出发，说明如何将电力设备整理为节点支路模型，并介绍设备参数有名值模型、标幺值计算和通用支路模型。第 2 章给出节点导纳矩阵、交流节点功率方程、支路潮流表达和节点类型。第 3 章进一步说明潮流方程的结构，以及不同节点类型下给定量、未知量和功率不平衡量之间的关系。

第二篇为潮流计算，对应第 4 章至第 6 章，主要介绍交流潮流求解方法、常见简化算法和直流潮流模型。第 4 章围绕 Newton-Raphson 交流潮流计算展开，说明功率不平衡量、雅可比矩阵、迭代流程和收敛诊断。第 5 章介绍 Gauss-Seidel 方法、快速解耦法和前推回代法，并比较不同算法适用的网络结构和近似条件。第 6 章介绍直流潮流及其网络灵敏度，包括节点相角方程、支路潮流矩阵、PTDF 和 LODF 等内容。

第三篇为最优潮流，对应第 7 章至第 11 章，主要介绍从经济调度到不同最优潮流模型的建模方法。第 7 章讨论经济调度和等耗量微增率原则，说明发电成本、边际成本和机组出力边界之间的关系。第 8 章给出最优潮流通用模型框架，概括目标函数、控制变量、状态变量和约束类型。第 9 章介绍直流最优潮流，重点说明线路有功容量约束对发电出力分配的影响。第 10 章介绍交流最优潮流，说明电压、无功和视在功率约束下的运行优化问题。第 11 章介绍配电网最优潮流与 DistFlow 模型，面向径向配电网中的电压、网损和支路电流分析。

本书由人工智能辅助编写，并经过人工逐章修改、校核和润色。人工智能主要用于初稿生成、文字组织、公式表达整理和章节一致性检查。电力系统建模依赖具体的符号约定、参数口径和运行边界，实际使用相关模型时，仍应结合数据来源、软件实现和工程场景对模型假设与计算结果进行复核。若读者在使用过程中发现符号、公式、表述或排版问题，欢迎据此修订完善。

本书面向初次接触电力系统稳态分析与运行优化的读者，侧重建立必要的概念基础、模型框架和计算思路。通过本书内容，读者可以先形成对潮流计算、经济调度和最优潮流的整体认识，理解常见模型的物理含义、数学形式和适用边界，为后续阅读专业文献、使用仿真软件以及参与相关研究工作奠定基础。

张庄俨

2026 年 7 月

目录

前言	i
第一部分 建模基础	1
第一章 潮流计算与最优潮流概述	2
1.1 网络约束与运行可行性	2
1.2 潮流计算、经济调度与最优潮流	3
1.2.1 潮流计算	3
1.2.2 经济调度	3
1.2.3 最优潮流	3
1.3 后续章节安排	4
第二章 潮流计算网络建模	6
2.1 单线图与节点支路模型	6
2.2 设备有名值参数模型	7
2.2.1 架空线路有名值参数模型	7
2.2.2 双绕组变压器有名值参数模型	9
2.2.3 节点接入设备有名值参数模型	10
2.3 设备参数标幺值计算	10
2.3.1 网络标幺基值选取	10
2.3.2 架空线路参数标幺值计算	11
2.3.3 双绕组变压器参数标幺值计算	13
2.3.4 节点接入设备参数标幺值计算	14
2.4 通用支路模型与数据表	14
2.4.1 通用支路电路与参数	14
2.4.2 母线表和支路表	15
第三章 潮流方程与节点类型	17
3.1 节点导纳矩阵	17
3.2 交流节点功率方程	18
3.3 支路潮流、网损和容量表达	18
3.4 节点类型的工程含义	19
3.5 潮流方程结构与结果判断	20

第二部分 潮流计算	22
第四章 Newton-Raphson 交流潮流计算	23
4.1 牛顿迭代思想	23
4.2 功率不平衡量和雅可比矩阵	24
4.3 计算流程与收敛判据	25
4.4 潮流计算中的工程处理	26
4.4.1 PV 节点无功限值处理	26
4.4.2 平衡节点和电气岛处理	26
4.4.3 变压器分接头和并联补偿设备	26
4.4.4 阻尼步长和初值策略	27
4.5 收敛问题和结果诊断	27
第五章 其他交流潮流计算方法	29
5.1 Gauss-Seidel 方法	29
5.2 快速解耦法	30
5.3 前推回代法	30
5.4 方法比较	31
第六章 直流潮流与网络灵敏度	32
6.1 从交流潮流到直流潮流	32
6.2 节点相角方程与支路潮流矩阵	32
6.3 功率转移分布因子	34
6.4 线路停运分布因子	35
6.5 直流潮流的适用范围与误差来源	36
第三部分 最优潮流	37
第七章 经济调度	38
7.1 基本模型与成本函数	38
7.2 等耗量微增率原则	39
7.3 经济调度与网络可行性	40
第八章 最优潮流通用模型框架	42
8.1 从潮流计算到最优潮流	42
8.2 变量与目标函数	43
8.3 最优潮流的约束分类	43
第九章 直流最优潮流	45
9.1 直流最优潮流基本模型	45
9.2 PTDF 形式与线路约束	46
9.3 求解形式、线路拥塞和边际成本	47

第十章 交流最优潮流	49
10.1 交流最优潮流基本模型	49
10.2 非线性规划形式与非凸性	50
10.3 交流最优潮流与潮流计算的关系	51
第十一章 配电网最优潮流	53
11.1 配电网建模差异	53
11.2 DistFlow 方程与最优潮流约束	54
11.3 三类最优潮流对比	55
参考文献	57

插图

1.1	三节点系统中的发电成本与线路容量约束	2
2.1	从单线图到节点支路模型的抽象	6
2.2	架空线路的名义 π 型等值模型	7
2.3	线路分布参数微元与长线路等值模型	8
2.4	双绕组变压器的有名值等值模型	9
2.5	包含非标准变比和移相角的通用支路模型	14
11.1	径向配电网中的支路功率方向与节点净负荷	53

表格

1.1	三节点系统中不同出力分配的直流潮流结果	2
1.2	三类运行计算问题的比较	4
2.1	有名值与标幺值的常见换算	12
2.2	潮流计算中母线表与支路表的核心字段	15
3.1	常见支路容量表达	19
3.2	交流潮流计算中的节点类型	20
3.3	潮流计算结果的基本判断	21
4.1	Newton-Raphson 交流潮流计算流程	25
4.2	潮流计算中的常见工程处理	27
5.1	Newton-Raphson 方法与快速解耦法的差异	30
5.2	常见潮流计算方法比较	31
6.1	PTDF 与 LODF 的用途比较	36
6.2	交流潮流与直流潮流的比较	36
8.1	潮流计算与最优潮流的差异	42
8.2	最优潮流中的常见变量	43
9.1	直流最优潮流中的主要变量和约束	46
10.1	交流最优潮流中的主要变量和约束	50
10.2	直流最优潮流与交流最优潮流的求解特征	51
10.3	交流潮流计算与交流最优潮流的变量处理差异	51
11.1	输电网与配电网建模特性的差异	54
11.2	DistFlow 最优潮流中的常见约束	55
11.3	三类最优潮流模型比较	56

第一部分

建模基础

第一章 潮流计算与最优潮流概述

1.1 网络约束与运行可行性

电力系统运行首先要满足功率平衡，但功率平衡不能完全刻画运行状态。对于给定运行方式，还需要计算功率在网络中的分布，并检查线路、变压器和节点电压等运行边界。若只掌握总发电量和总负荷量，就无法判断某条线路是否过载，也无法判断运行方案能否在实际网络中成立。

图 1.1 给出一个三节点系统。节点 1 和节点 2 分别接入机组 G_1 和 G_2 ，节点 3 接入有功负荷。图中的 $C_1 = 20P_{G1}$ 和 $C_2 = 40P_{G2}$ 为两台机组的发电成本， P_{G1} 和 P_{G2} 为机组有功出力。机组 G_1 的成本系数低于机组 G_2 ，因此在只考虑发电成本时，系统倾向于让 G_1 多发电；但线路容量有限，功率在网络中的分布还受到线路电抗和拓扑结构影响，低成本功率未必能够全部送达负荷节点。

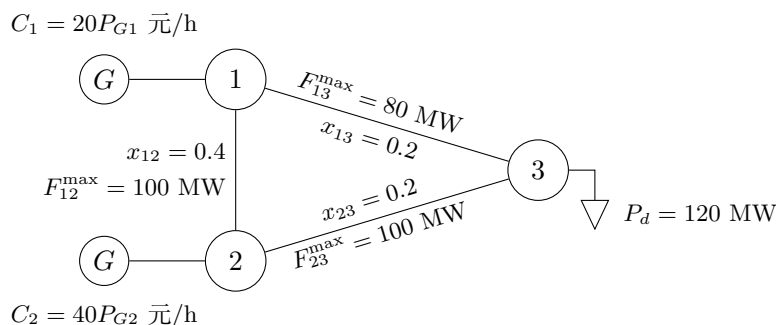


图 1.1 三节点系统中的发电成本与线路容量约束

设节点 3 的负荷为 120 MW，暂不考虑网损和无功功率。若只根据发电成本分配出力，且两台机组容量均足够大，则成本最低的出力方案为 $P_{G1} = 120$ MW、 $P_{G2} = 0$ MW。该方案满足总有功平衡

$$P_{G1} + P_{G2} = P_d. \quad (1.1)$$

但是，该方案无法通过网络校核。采用第六章将介绍的直流潮流近似，低成本机组单独供电时，线路 1-3 的有功潮流超过其容量上限。若适当增加 G_2 出力，功率在三条线路中的分布会发生变化，线路 1-3 的越限问题可以得到缓解。表 1.1 给出了两种方案的校核结果。这里暂不展开潮流计算过程，只利用结果说明网络约束对运行方案的影响。

表 1.1 三节点系统中不同出力分配的直流潮流结果

发电功率	线路 1-3	线路 2-3	线路 1-2	网络校核结论
$P_{G1} = 120$ MW, $P_{G2} = 0$ MW	90 MW	30 MW	30 MW	线路 1-3 超过容量上限，方案不可行
$P_{G1} = 80$ MW, $P_{G2} = 40$ MW	70 MW	50 MW	10 MW	三条线路均未超过容量上限，方案可行

这个例子说明，电力系统运行计算需要同时关注总量平衡和网络可行性。总有功平衡只是运行方案成立的必要条件，线路参数和网络拓扑会进一步决定功率分布。潮流计算用于分析给定运行方式在网络中的物理分布，最优潮流用于在网络约束下直接寻找满足运行边界的优化方案。

1.2 潮流计算、经济调度与最优潮流

1.2.1 潮流计算

潮流计算 (Power Flow, PF) 用于给定运行方式下的网络状态计算。运行方式包括网络拓扑、设备参数、负荷水平和发电机设定值。潮流计算根据这些已知条件求出电网中的功率分布和电压状态，为线路容量、电压范围和设备边界校核提供依据。

在交流潮流模型中，节点注入功率由节点电压和网络参数共同决定。节点注入功率按注入网络为正，通常等于该节点发电功率减去负荷功率。设节点导纳矩阵元素为 $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ ，节点电压幅值为 $|V_i|$ ，节点 i 与节点 j 的相角差为 θ_{ij} ，则节点功率方程可写为

$$\begin{aligned} P_i &= |V_i| \sum_{j \in \mathcal{N}} |V_j| (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}), \\ Q_i &= |V_i| \sum_{j \in \mathcal{N}} |V_j| (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}). \end{aligned} \quad (1.2)$$

其中， P_i 和 Q_i 分别表示节点 i 注入网络的有功功率和无功功率。式 (1.2) 给出了节点功率、节点电压和网络导纳之间的基本关系。实际潮流计算中，各节点给定量和待求量取决于节点类型。例如，负荷节点通常给定有功和无功功率，发电机节点通常给定有功出力 and 电压幅值。节点类型和功率方程将在第三章介绍，交流潮流求解方法将在第四章和第五章介绍。表 1.1 中的线路潮流结果采用直流潮流近似，相关模型将在第六章推导。

1.2.2 经济调度

经济调度 (Economic Dispatch, ED) 用于发电出力的成本分配。经济调度通常以系统总负荷、机组成本函数和机组出力边界为输入，求解满足总功率平衡的低成本机组出力方案。

设机组 g 的有功出力为 P_g ，成本函数为 $C_g(P_g)$ ，经济调度的基础模型为

$$\begin{aligned} \min_{P_g} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} P_g = \sum_{d \in \mathcal{D}} P_d, \\ & P_g^{\min} \leq P_g \leq P_g^{\max}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

其中， \mathcal{G} 表示机组集合， \mathcal{D} 表示负荷集合， P_d 表示负荷 d 的有功功率。模型 (1.3) 中，目标函数表示发电总成本；第一组约束表示系统总有功平衡；第二组约束表示机组出力上下限。在图 1.1 中， G_1 的单位成本低于 G_2 ，因此忽略网络约束时，经济调度会优先增加 G_1 出力。

经济调度没有直接描述线路容量、节点电压和无功功率约束，得到的出力方案仍需经过潮流计算校核。若校核发现越限，则需要重新调整出力，或采用最优潮流模型。经济调度的建模方法和等增量成本原则将在第七章介绍。

1.2.3 最优潮流

最优潮流 (Optimal Power Flow, OPF) 用于网络约束下的优化运行。最优潮流将发电成本、潮流关系、设备边界和安全约束同时纳入计算，使结果同时反映经济性和网络可行性。

设机组集合为 \mathcal{G} ，节点集合为 \mathcal{N} ，支路集合为 \mathcal{E} ，接入节点 i 的机组集合为 \mathcal{G}_i 。交流最优潮流的基础形式可写为

$$\begin{aligned}
 \min_{P_g, Q_g, |V_i|, \theta_i} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}_i} P_g - P_{d,i} = |V_i| \sum_{j \in \mathcal{N}} |V_j| (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}), \quad i \in \mathcal{N}, \\
 & \sum_{g \in \mathcal{G}_i} Q_g - Q_{d,i} = |V_i| \sum_{j \in \mathcal{N}} |V_j| (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}), \quad i \in \mathcal{N}, \\
 & P_g^{\min} \leq P_g \leq P_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}, \\
 & Q_g^{\min} \leq Q_g \leq Q_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}, \\
 & V_i^{\min} \leq |V_i| \leq V_i^{\max}, \quad i \in \mathcal{N}, \\
 & |S_{ij}| \leq S_{ij}^{\max}, \quad (i, j) \in \mathcal{E}.
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

其中， $P_{d,i}$ 和 $Q_{d,i}$ 表示节点 i 的负荷有功和无功功率， P_g 和 Q_g 表示机组有功和无功出力， S_{ij} 表示支路 $i-j$ 的视在功率。模型 (1.4) 中，目标函数表示发电成本；前两组等式表示交流潮流方程；后续不等式分别表示机组出力边界、电压边界和线路容量边界。最优潮流把网络约束直接放入求解过程，可以在优化出力的同时避免线路越限和电压越限。

在图 1.1 中，经济调度倾向于让 G_1 多发。最优潮流会同时考虑线路 1-3 的容量限制。当该线路达到容量上限时， G_1 的出力继续增加会破坏线路约束，模型会通过增加 G_2 出力来满足负荷需求。最优潮流的通用模型框架将在第八章介绍，直流最优潮流、交流最优潮流和配电网最优潮流将分别在第九章、第十章和第十一章展开。

表 1.2 三类运行计算问题的比较

问题	主要输入	主要输出	网络约束处理方式
潮流计算	负荷功率、发电机设定值、网络拓扑和支路参数	节点电压、支路潮流、网损和越限信息	求解网络功率方程，并根据结果进行运行校核
经济调度	负荷总量、机组成本和机组出力边界	满足总功率平衡的机组有功出力	通常只考虑系统总功率平衡
最优潮流	目标函数、负荷功率、网络参数、设备边界和安全约束	最优控制量及其对应的网络运行状态	将潮流关系和运行边界纳入优化模型

1.3 后续章节安排

本讲义按照建模基础、潮流计算和最优潮流的顺序组织。

第一篇介绍公共建模基础，包括从单线图到节点支路网络的转换，线路、变压器和并联设备的等值模型，标幺制，节点导纳矩阵，交流功率方程和节点类型。这部分内容为后续计算模型提供基础。

第二篇介绍潮流计算方法。首先讲交流潮流的 Newton-Raphson 法，然后介绍 Gauss-Seidel 法、快速解耦潮流和前推回代法，最后讨论直流潮流、功率转移分布因子和线路停运分布因子。

第三篇介绍最优潮流。先从经济调度出发，说明无网络约束优化的局限；再给出最优潮流的通用模型框架；随后分别介绍直流最优潮流、交流最优潮流和配电网 DistFlow 模型。

本章小结

本章通过三节点系统说明总功率平衡与网络可行性的差异。潮流计算用于分析给定运行方式在网络中的功率分布和电压状态，经济调度用于不显式考虑网络约束时的低成本发电分配，最优潮流用于网络约束下的优化运行。后续章节将在这一主线下依次展开建模、求解和优化问题。

第二章 潮流计算网络建模

2.1 单线图与节点支路模型

潮流计算不直接处理完整的一次设备图。真实电网中的母线、开关、架空线路、电缆线路、变压器、负荷、发电机和并联补偿设备，需要先整理为可计算的网路模型。最常用的抽象方式是节点支路模型。母线及闭合开关连接形成的等电位区域抽象为节点，连接两个节点的设备抽象为支路，接入某一节点的负荷、发电机和并联设备作为节点接入量处理。

设潮流计算网络的节点集合为 \mathcal{N} ，支路集合为 \mathcal{E} 。若节点 i 和节点 j 之间存在一条支路，则记为 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 。节点支路模型可以理解为一个带电气参数的网络图。节点记录电压、相角、节点类型和节点接入设备，支路记录两端节点、串联参数、并联参数、变比、移相角、运行状态和容量边界等信息。

图 2.1 给出从简化单线图到节点支路模型的抽象过程。图 2.1a 表示一个由发电机、升压变压器、输电线路、降压变压器、配电线路、配电变压器和负荷构成的简化供电链路。图 2.1b 将其中的关键电气连接抽象为节点和支路。变压器、架空线路和电缆线路通常形成支路；发电机和负荷不作为支路处理，而是作为接入母线的设备量处理。

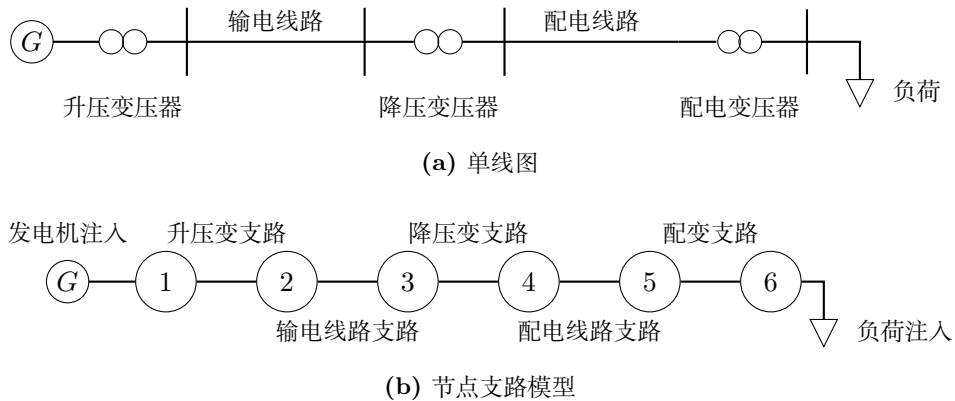


图 2.1 从单线图到节点支路模型的抽象

在节点支路模型中，节点功率按注入网络为正。若节点 i 同时接有发电机和负荷，则其有功和无功净注入可写为

$$P_i = P_{g,i} - P_{d,i}, \quad Q_i = Q_{g,i} - Q_{d,i}. \quad (2.1)$$

其中， $P_{g,i}$ 和 $Q_{g,i}$ 表示节点 i 的发电功率， $P_{d,i}$ 和 $Q_{d,i}$ 表示节点 i 的负荷功率。本章后续只在需要区分设备接入方向时使用这一约定，不再重复展开功率注入的定义。

开关状态会改变节点支路模型的拓扑。闭合开关可能使两侧设备处于同一等电位区域，断开开关会切断支路或改变连通关系。潮流计算前需要根据开关状态判断哪些母线属于同一计算节点，哪些支路处于投运状态。若网络被分裂为多个电气岛，则每个有源电气岛都需要独立处理。

2.2 设备有名值参数模型

设备参数首先来自工程图纸、铭牌数据和试验数据。这些数据通常是有名值，单位包括 Ω 、S、kV、MVA、MW 和 kvar 等。潮流计算不能直接把所有原始数据混合使用，需要先把每类设备整理成明确的有名值等值模型，再统一换算为标么值。

2.2.1 架空线路有名值参数模型

本节以架空线路的三相平衡基波模型为主。架空线路沿长度方向分布着串联电阻、串联电感、对地电容和泄漏电导。串联电阻反映导体有功损耗，串联电感反映导体周围磁场储能，对地电容反映导体与大地之间的电场储能，泄漏电导反映绝缘介质和表面泄漏损耗。在潮流计算中，架空线路通常从单位长度参数出发，并根据线路长度和建模精度选择短线路模型、中等长度线路模型或长线路模型。

电缆线路在稳态潮流计算中也可整理为串联阻抗和并联导纳，但其物理结构与架空线路不同。电缆具有绝缘层、金属屏蔽层或金属护套，导体与屏蔽层之间的电容和介质损耗更显著。因此，本节公式以架空线路的分布参数模型为主；电缆线路在潮流计算中的数据形式可类比处理，但单位长度参数应由电缆结构、试验数据或工程资料给出。

设架空线路的单位长度串联阻抗和单位长度并联导纳分别为

$$z' = r' + jx', \quad y' = g' + jb', \quad (2.2)$$

其中， r' 和 x' 通常以 Ω/km 为单位， g' 和 b' 通常以 S/km 为单位。 z' 和 y' 是沿线路长度连续分布的参数，转换为整条线路的计算参数时，需要先确定采用的等值模型。

短线路中，对地电容电流较小，常只保留串联阻抗。此时进入计算模型的总串联阻抗可取

$$z_s = z'l. \quad (2.3)$$

其中， z_s 表示短线路模型中的总串联阻抗。

中等长度线路中，对地电容不能完全忽略，但仍可采用集中参数近似。此时常使用名义 π 型等值模型。进入名义 π 型模型的总串联阻抗和总并联导纳可取

$$z_s = z'l, \quad y^c = y'l. \quad (2.4)$$

其中， y^c 表示整条线路的总对地并联导纳。名义 π 型模型将总并联导纳平均分配到线路两端，每端为 $y^c/2$ 。对于多数架空线路，泄漏电导较小，常近似取

$$y^c \approx jb^c, \quad b^c = b'l. \quad (2.5)$$

图 2.2 给出架空线路的名义 π 型等值模型。

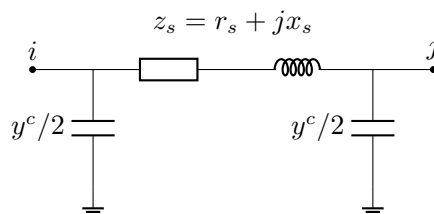


图 2.2 架空线路的名义 π 型等值模型

长线路需要考虑电压和电流沿线路长度连续变化，不能直接采用式 (2.4) 的集中参数近似。图 2.3 表示从分布参数微元到长线路等值 π 型模型的关系。单个微元沿线路长度连续级联，构成分布参数线路；为了接入节点支路模型，再将其折算为两端等值 π 型模型。

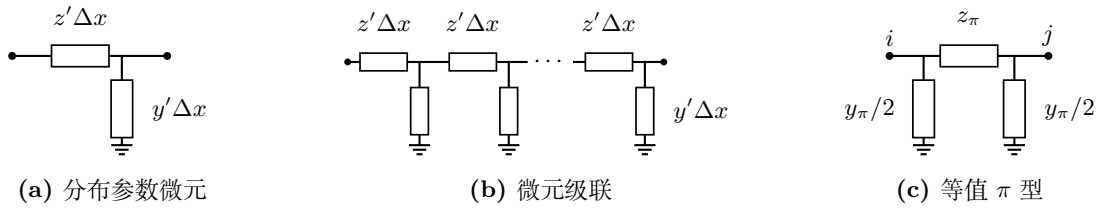


图 2.3 线路分布参数微元与长线路等值模型

令 x 表示沿线路长度方向的位置, 电压和电流分别为 $V(x)$ 和 $I(x)$ 。对长度为 Δx 的微元, 串联阻抗为 $z'\Delta x$, 对地并联导纳为 $y'\Delta x$ 。忽略二阶小量后, 有

$$V(x + \Delta x) - V(x) \approx -z'I(x)\Delta x, \quad (2.6)$$

$$I(x + \Delta x) - I(x) \approx -y'V(x)\Delta x. \quad (2.7)$$

令 $\Delta x \rightarrow 0$, 可得分布参数线路的微分方程

$$\frac{dV}{dx} = -z'I, \quad \frac{dI}{dx} = -y'V. \quad (2.8)$$

进一步消去 I 或 V , 得到

$$\frac{d^2V}{dx^2} = z'y'V, \quad \frac{d^2I}{dx^2} = z'y'I. \quad (2.9)$$

因此可引入传播常数和特性阻抗

$$\gamma = \sqrt{z'y'}, \quad Z_c = \sqrt{\frac{z'}{y'}}. \quad (2.10)$$

在两端口表示下, 长度为 l 的长线路可写成

$$\begin{bmatrix} V_i \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_j \\ I_j \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

其中

$$A = D = \cosh(\gamma l), \quad B = Z_c \sinh(\gamma l), \quad C = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l). \quad (2.12)$$

若需要把长线路接入集中参数的节点支路模型, 可将其折算为等值 π 型参数。对称 π 型网络的两端口参数满足

$$B = z_\pi, \quad A = 1 + \frac{z_\pi y_\pi}{2}, \quad (2.13)$$

因此长线路的等值 π 型参数可取

$$z_\pi = B, \quad y_\pi = 2\frac{A-1}{B}. \quad (2.14)$$

式 (2.14) 得到的 z_π 和 y_π 是由分布参数模型折算得到的等值参数, 一般不再简单等于 $z'l$ 和 $y'l$ 。

在潮流计算软件中, 架空线路最终要整理为支路数据。短线路通常只填写由 z_s 得到的串联电阻和电抗; 中等长度线路还需填写由 y^c 得到的总并联导纳; 长线路则先由分布参数模型求得 z_π 和 y_π , 再整理为支路数据。电缆线路的数据形式与架空线路相同, 但单位长度参数和总参数通常不同, 尤其是并联导纳往往更大。

2.2.2 双绕组变压器有名值参数模型

本节以双绕组变压器为主。双绕组变压器连接两个电压等级或两个电气区域，在潮流计算中通常被整理为一条双端支路。与架空线路相比，变压器还具有改变电压等级、通过分接头调节电压、通过移相结构改变相角关系等作用。因此，变压器等值模型除了串联阻抗外，还需要描述实际变比和可能存在的移相角。

双绕组变压器的稳态等值模型通常由理想变压器、串联阻抗和励磁支路组成。理想变压器描述两侧电压的幅值比例和相角关系，串联阻抗反映绕组电阻和漏抗，励磁支路反映铁耗和励磁电流。图 2.4 给出双绕组变压器的有名值等值模型。图中，实际变比按 $i \rightarrow j$ 方向记为 $k_{ij}^{\text{phys}} : 1$ ，串联阻抗 $z_k = r_k + jx_k$ 折算到同一侧后参与计算，励磁支路 $y_m = g_m + jb_m$ 通常接在折算侧。工程潮流模型中，若励磁支路较小或数据缺失，可以忽略励磁支路；若需要保留，可作为接入某一侧母线的并联导纳处理。

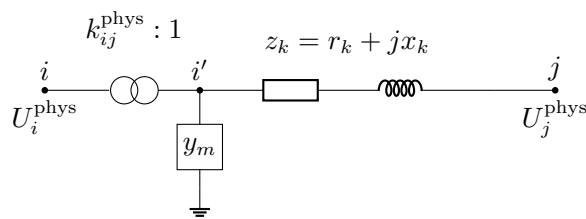


图 2.4 双绕组变压器的有名值等值模型

串联阻抗通常由短路试验确定，励磁支路通常由空载试验确定。设变压器额定容量为 S_N ，折算侧额定线电压为 U_N 。这里的 S_N 为三相容量， U_N 为线电压。对应的额定基准阻抗、额定基准导纳和额定线电流分别为

$$Z_N = \frac{U_N^2}{S_N}, \quad Y_N = \frac{1}{Z_N} = \frac{S_N}{U_N^2}, \quad I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_N}. \quad (2.15)$$

短路试验主要用于确定变压器串联支路。设短路阻抗百分数为 $u_k\%$ ，则串联阻抗幅值的有名值为

$$|z_k| = \frac{u_k}{100} Z_N. \quad (2.16)$$

若短路损耗 P_k 已知，且 P_k 为额定电流下的三相总有功损耗，则串联电阻有名值可写为

$$r_k = \frac{P_k}{3I_N^2} = \frac{P_k}{S_N} Z_N. \quad (2.17)$$

由此可得串联电抗有名值

$$x_k = \sqrt{|z_k|^2 - r_k^2}. \quad (2.18)$$

若缺少短路损耗数据，也可以根据给定的 X/R 比或工程近似将短路阻抗分解为电阻和电抗。

空载试验主要用于确定变压器励磁支路。设空载损耗为 P_0 ，空载电流百分数为 $I_0\%$ 。其中， $I_0\%$ 通常以额定电流 I_N 为基准。励磁电导有名值可写为

$$g_m = \frac{P_0}{U_N^2} = \frac{P_0}{S_N} Y_N. \quad (2.19)$$

励磁导纳幅值可近似写为

$$|y_m| \approx \frac{I_0}{100} Y_N. \quad (2.20)$$

因此，励磁电纳幅值为

$$|b_m| = \sqrt{|y_m|^2 - g_m^2}. \quad (2.21)$$

若采用节点导纳注入电流 $I = yU$ 的写法，并将励磁支路表示为 $y_m = g_m + jb_m$ ，则常见感性励磁支路对应 $b_m < 0$ ，即

$$b_m = -\sqrt{|y_m|^2 - g_m^2}. \quad (2.22)$$

变压器实际变比按有名值电压比定义。若按 $i \rightarrow j$ 方向定义两侧线电压比，则

$$k_{ij}^{\text{phys}} = \frac{U_i^{\text{phys}}}{U_j^{\text{phys}}}. \quad (2.23)$$

可调分接头会改变 k_{ij}^{phys} 。若变压器还具有移相功能，则可用

$$K_{ij}^{\text{phys}} = k_{ij}^{\text{phys}} e^{j\phi_{ij}} \quad (2.24)$$

表示有名值侧的复变比，其中 ϕ_{ij} 为移相角。进入标么计算后，实际变比还需要与两侧电压基值共同确定支路非标准变比。

三绕组变压器的等值比双绕组变压器复杂，这里不详细展开。工程计算中，三绕组变压器常通过星形等值引入内部虚拟节点，将高压、中压和低压三个绕组分别等效为连接到内部节点的双端支路；也可以在专用软件中使用三绕组设备模型直接录入。

2.2.3 节点接入设备有名值参数模型

并联电容器、电抗器和并联电导可以统一表示为节点并联导纳。节点 i 的并联导纳记为

$$y_i^{sh} = g_i^{sh} + jb_i^{sh}. \quad (2.25)$$

其中， g_i^{sh} 表示并联电导， b_i^{sh} 表示并联电纳。并联电容器和并联电抗器的作用方向不同，具体符号应与节点导纳矩阵中的无功方向约定保持一致。

负荷模型有多种形式。本讲义在基础潮流章节中采用恒功率负荷，即节点负荷功率为给定值

$$S_{d,i} = P_{d,i} + jQ_{d,i}. \quad (2.26)$$

恒功率负荷假设负荷吸收的有功和无功不随节点电压变化。对于低压配电网、电压明显波动或负荷精细建模场景，还可以采用恒阻抗、恒电流或 ZIP 负荷模型。

发电机在基础潮流计算中通常不展开内部电势和暂态电抗模型，而通过接入母线的有功出力、无功出力、电压设定值和出力边界等数据体现。同步发电机、分布式电源和并网变流器在详细动态模型中差异很大，但在基础稳态潮流模型中，通常先作为接入母线的发电设备处理。

2.3 设备参数标么值计算

设备有名值参数整理完成后，需要转换到统一的标么体系。标么制把不同电压等级、不同容量等级和不同单位的参数放到同一数值尺度下，便于形成统一的支路模型和节点导纳矩阵。

2.3.1 网络标么基值选取

标么制的第一步是选取基值。三相平衡系统通常可从每相等值模型出发，再转换为工程中常用的线电压和三相容量表达。设相电压基值为 $U_{\phi,B}$ ，相电流基值为 $I_{\phi,B}$ ，单相容量基值为 $S_{\phi,B}$ ，则每相容量关系为

$$S_{\phi,B} = U_{\phi,B} I_{\phi,B}. \quad (2.27)$$

在三相平衡系统中，线电压基值、线电流基值和三相容量基值分别为

$$U_B = \sqrt{3}U_{\phi,B}, \quad I_B = I_{\phi,B}, \quad S_B = 3S_{\phi,B}. \quad (2.28)$$

其中， U_B 为线电压基值， I_B 为线电流基值， S_B 为三相容量基值。将式 (2.28) 代入式 (2.27)，可得

$$S_B = \sqrt{3}U_B I_B, \quad I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}U_B}. \quad (2.29)$$

式 (2.29) 中的 $\sqrt{3}$ 来自线电压和相电压之间的关系。使用标幺制时必须保持基值口径一致：线电压基值对应三相容量基值，相电压基值对应单相容量基值。将相电压基值与三相容量基值直接混用，会导致阻抗和电流基值错误。

阻抗基值由每相等值模型确定：

$$Z_B = \frac{U_{\phi,B}}{I_{\phi,B}} = \frac{U_{\phi,B}^2}{S_{\phi,B}}. \quad (2.30)$$

结合式 (2.28)，同一阻抗基值也可写为线量形式：

$$Z_B = \frac{(U_B/\sqrt{3})^2}{S_B/3} = \frac{U_B^2}{S_B}, \quad Y_B = \frac{1}{Z_B} = \frac{S_B}{U_B^2}. \quad (2.31)$$

因此，无论从相电压和单相容量出发，还是从线电压和三相容量出发，得到的阻抗基值相同。工程计算中常直接使用 $Z_B = U_B^2/S_B$ ，但该公式默认 U_B 为线电压基值、 S_B 为三相容量基值。

在多电压等级电网中，通常全网选取统一的容量基值 S_B ，再为每个电压等级选取对应的线电压基值。若母线 i 所在电压等级的电压基值为 $U_{B,i}$ ，则该电压等级下的阻抗基值和导纳基值为

$$Z_{B,i} = \frac{U_{B,i}^2}{S_B}, \quad Y_{B,i} = \frac{S_B}{U_{B,i}^2}. \quad (2.32)$$

多电压等级网络的电压基值可按两类思路选取。第一类是按变压器额定变比或给定变比逐级传递电压基值。例如，先在某一电压等级选定 U_B ，再通过变压器变比推得相邻电压等级的基值。这样做可以使部分变压器在标幺模型中的理想变比等于 1，计算较简单。其局限在于：实际系统存在分接头、移相器、并联变压器、环网结构和不同设备额定变比不完全一致等情况，无法总是用一组电压基值同时吸收所有变压器的实际变比。

第二类是按各电压等级的平均额定电压选取基值。例如，同一系统可统一取 $S_B = 100$ MVA，并分别为 500 kV、220 kV、110 kV、35 kV、10 kV 等电压等级选取对应的平均额定线电压作为 U_B 。这种方式不依赖某一台变压器的实际运行变比，更适合复杂网络和工程软件建模。相应地，变压器实际变比与两侧电压基值比之间的差异，需要在变压器支路参数中保留为非标准变比。

标幺值的一般定义为

$$x_{\text{pu}} = \frac{x}{x_B}. \quad (2.33)$$

其中， x 为有名值， x_B 为对应基值。表 2.1 给出常见物理量的基值和标幺值换算关系。

2.3.2 架空线路参数标幺值计算

线路参数按照其所在电压等级的基值换算。对于接入同一电压等级的线路，采用该电压等级对应的阻抗基值 Z_B 和导纳基值 Y_B 。

对于短线路，通常只保留总串联阻抗。若有有名值总串联阻抗为 $z_{s,\Omega}$ ，则

$$z_{s,\text{pu}} = \frac{z_{s,\Omega}}{Z_B}. \quad (2.34)$$

表 2.1 有名值与标么值的常见换算

物理量	基值	标么值
线电压	U_B	$U_{\text{pu}} = U/U_B$
相电压	$U_{\phi,B} = U_B/\sqrt{3}$	$U_{\phi,\text{pu}} = U_{\phi}/U_{\phi,B}$
三相容量	S_B	$S_{\text{pu}} = S/S_B$
单相容量	$S_{\phi,B} = S_B/3$	$S_{\phi,\text{pu}} = S_{\phi}/S_{\phi,B}$
线电流 (星形连接等于相电流)	$I_B = S_B/(\sqrt{3}U_B)$	$I_{\text{pu}} = I/I_B$
阻抗	$Z_B = U_B^2/S_B$	$Z_{\text{pu}} = Z/Z_B$
导纳	$Y_B = S_B/U_B^2$	$Y_{\text{pu}} = Y/Y_B = YZ_B$

对于采用名义 π 型模型的中等长度线路，若有有名值总串联阻抗为 $z_{s,\Omega}$ ，有名值总并联导纳为 y_S^c ，则

$$z_{s,\text{pu}} = \frac{z_{s,\Omega}}{Z_B}, \quad y_{\text{pu}}^c = \frac{y_S^c}{Y_B} = y_S^c Z_B. \quad (2.35)$$

其中， y_{pu}^c 表示整段线路的总并联导纳，进入名义 π 型电路时再平均分配到两端。

对于长线路，应先由分布参数模型得到等值 π 型参数 $z_{\pi,\Omega}$ 和 $y_{\pi,S}$ ，再换算为

$$z_{\pi,\text{pu}} = \frac{z_{\pi,\Omega}}{Z_B}, \quad y_{\pi,\text{pu}} = \frac{y_{\pi,S}}{Y_B} = y_{\pi,S} Z_B. \quad (2.36)$$

线路标么化的基本规则是：阻抗除以阻抗基值，导纳除以导纳基值；短线路、中等长度线路和长线路的区别在于有名值支路参数的来源不同。

架空线路支路参数的标么值计算

给定一条 110 kV 架空线路，长度为 20 km，单位长度串联参数为 $r' = 0.05 \Omega/\text{km}$ 、 $x' = 0.40 \Omega/\text{km}$ ，单位长度充电电纳为 $b' = 3.0 \times 10^{-6} \text{ S}/\text{km}$ 。系统容量基值取 $S_B = 100 \text{ MVA}$ ，线路电压基值取 $U_B = 110 \text{ kV}$ 。

采用名义 π 型模型时，整段有名值参数为

$$z_{s,\Omega} = (0.05 + j0.40) \times 20 = 1 + j8 \Omega,$$

$$y_S^c = j 3.0 \times 10^{-6} \times 20 = j 6.0 \times 10^{-5} \text{ S}.$$

基准阻抗和基准导纳为

$$Z_B = \frac{(110 \text{ kV})^2}{100 \text{ MVA}} = 121 \Omega, \quad Y_B = \frac{1}{121} \text{ S}.$$

因此

$$z_{s,\text{pu}} = \frac{1 + j8}{121} = 0.00826 + j0.0661,$$

$$y_{\text{pu}}^c = y_S^c Z_B = j 6.0 \times 10^{-5} \times 121 = j0.00726.$$

在名义 π 型模型中，两端各分配 $j0.00363$ 。

2.3.3 双绕组变压器参数标么值计算

变压器参数标么化包括串联阻抗换基和实际变比处理。若串联阻抗已经折算到某一侧，并以有名值 $z_{k,\Omega}$ 给出，则可直接按该侧电压基值换算：

$$z_{k,\text{pu}} = \frac{z_{k,\Omega}}{Z_B}. \quad (2.37)$$

工程数据中，变压器短路阻抗更常以设备自身基准下的标么值或百分数给出。若旧基值为 $S_{B,\text{old}}$ 和 $U_{B,\text{old}}$ ，新基值为 $S_{B,\text{new}}$ 和 $U_{B,\text{new}}$ ，且两组电压基值位于同一折算侧，则

$$z_{\text{pu,new}} = z_{\text{pu,old}} \frac{S_{B,\text{new}}}{S_{B,\text{old}}} \left(\frac{U_{B,\text{old}}}{U_{B,\text{new}}} \right)^2. \quad (2.38)$$

变压器实际变比还需要与两侧电压基值共同处理。设变压器连接节点 i 和节点 j ，按 $i \rightarrow j$ 方向的有名值实际变比为

$$k_{ij}^{\text{phys}} = \frac{U_i^{\text{phys}}}{U_j^{\text{phys}}}, \quad (2.39)$$

两侧电压基值分别为 $U_{B,i}$ 和 $U_{B,j}$ ，则标么支路模型中的非标准变比为

$$k_{ij} = k_{ij}^{\text{phys}} \frac{U_{B,j}}{U_{B,i}}. \quad (2.40)$$

当 $U_{B,i}/U_{B,j} = k_{ij}^{\text{phys}}$ 时， $k_{ij} = 1$ ；当分接头改变实际变比，或两侧电压基值比与实际变比不一致时， $k_{ij} \neq 1$ 。若存在移相角 $\theta_{ij}^{\text{shift}}$ ，则复变比为

$$K_{ij} = k_{ij} e^{j\theta_{ij}^{\text{shift}}}. \quad (2.41)$$

变压器支路参数和非标准变比的标么值计算

给定一台 110 kV/10.5 kV 双绕组变压器，额定容量为 40 MVA，短路阻抗为 10.5%，短路损耗为 200 kW。系统容量基值取 $S_B = 100$ MVA。节点 i 侧电压基值取 $U_{B,i} = 110$ kV，节点 j 侧电压基值取 $U_{B,j} = 11$ kV。变压器当前运行变比按 $i \rightarrow j$ 方向取额定有名值变比

$$k_{ij}^{\text{phys}} = \frac{110}{10.5}.$$

在变压器自身基准下，串联阻抗幅值为

$$|z_{\text{old}}| = 0.105.$$

短路损耗对应的电阻标么值为

$$r_{\text{old}} = \frac{0.2}{40} = 0.005.$$

因此

$$x_{\text{old}} = \sqrt{0.105^2 - 0.005^2} = 0.1049.$$

由于 i 侧新旧电压基值均为 110 kV，换算到 100 MVA 系统基值后，

$$z_{\text{new}} = (0.005 + j0.1049) \frac{100}{40} = 0.0125 + j0.2623.$$

非标准变比为

$$k_{ij} = k_{ij}^{\text{phys}} \frac{U_{B,j}}{U_{B,i}} = \frac{110}{10.5} \frac{11}{110} = 1.0476.$$

若节点 j 侧电压基值取 10.5 kV，则同一运行变比对应 $k_{ij} = 1$ 。本例中 $k_{ij} \neq 1$ 的原因是节点 j 侧计算基值 11 kV 与变压器实际低压侧 10.5 kV 不一致。

2.3.4 节点接入设备参数标么值计算

节点负荷和发电机出力按全网容量基值换算：

$$P_{pu} = \frac{P}{S_B}, \quad Q_{pu} = \frac{Q}{S_B}. \quad (2.42)$$

其中， S_B 为三相容量基值。

节点并联设备以并联导纳形式进入模型。若节点 i 的有名值并联导纳为 $y_{S,i}^{sh}$ ，该节点对应的导纳基值为 $Y_{B,i}$ ，则

$$y_{pu,i}^{sh} = \frac{y_{S,i}^{sh}}{Y_{B,i}} = y_{S,i}^{sh} Z_{B,i}. \quad (2.43)$$

并联电容器、并联电抗器、等效励磁支路和其他母线并联项都可按式 (2.43) 换算。

2.4 通用支路模型与数据表

完成有名值等值和标么值换算后，架空线路、电缆线路、双绕组变压器和移相器可以进入统一的双端支路模型。该模型用同一组参数描述支路两端节点、串联阻抗、并联电纳、非标准变比和移相角。

2.4.1 通用支路电路与参数

设支路连接节点 i 和节点 j ，并约定参数方向为 $i \rightarrow j$ 。支路串联阻抗和串联导纳分别为

$$z_{ij} = r_{ij} + jx_{ij}, \quad y_{ij} = \frac{1}{z_{ij}}. \quad (2.44)$$

其中， r_{ij} 和 x_{ij} 为标么值串联电阻和电抗。支路总并联电纳记为 b_{ij}^c ，在名义 π 型模型中平均分配到支路两端，每端为 $jb_{ij}^c/2$ 。

若支路含有非标准变比或移相角，可在节点 i 端设置理想变比。复变比记为

$$K_{ij} = k_{ij} e^{j\theta_{ij}^{shift}}, \quad (2.45)$$

其中， k_{ij} 为非标准变比幅值， θ_{ij}^{shift} 为移相角。普通架空线路和电缆线路通常取 $K_{ij} = 1$ ；非移相变压器通常有 $\theta_{ij}^{shift} = 0$ ，但 k_{ij} 可以不等于 1；移相器或移相变压器通过非零移相角改变支路两端电压相角关系。

图 2.5 给出包含非标准变比和移相角的通用支路模型。理想变比位于节点 i 端，随后为串联阻抗，两端分别接入一半的并联电纳。这里的 b_{ij}^c 是支路总并联电纳，不是串联导纳 y_{ij} 的虚部。

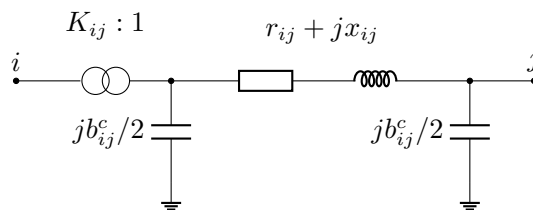


图 2.5 包含非标准变比和移相角的通用支路模型

根据图 2.5，该支路对节点导纳矩阵的局部贡献可写为

$$\begin{aligned} Y_{ii}^{(ij)} &= \frac{y_{ij} + jb_{ij}^c/2}{|K_{ij}|^2}, \\ Y_{ij}^{(ij)} &= -\frac{y_{ij}}{K_{ij}^*}, \\ Y_{ji}^{(ij)} &= -\frac{y_{ij}}{K_{ij}}, \\ Y_{jj}^{(ij)} &= y_{ij} + jb_{ij}^c/2. \end{aligned} \quad (2.46)$$

其中，上标 (ij) 表示这些元素是支路 $i-j$ 对节点导纳矩阵的贡献。若 $K_{ij} = 1$ ，则式 (2.46) 退化为普通对称 π 型支路；若 $K_{ij} \neq 1$ ，则节点 i 端和节点 j 端的导纳关系不再对称。变压器和移相器正是通过 K_{ij} 进入统一支路模型。

2.4.2 母线表和支路表

通用支路模型确定后，潮流计算数据可以整理为母线表、支路表和发电机表。母线表描述节点属性和节点接入量，支路表描述节点之间的电气连接和支路模型参数，发电机表描述机组接入位置、出力设定值和运行边界。表 2.2 给出典型的母线表和支路表核心字段。

表 2.2 潮流计算中母线表与支路表的核心字段

字段	建模含义
母线表	
i	节点编号，对应潮流计算网络中的母线或等效节点。
$type$	节点类型，用于区分节点给定量和待求量。
$P_{d,i}, Q_{d,i}$	节点负荷有功和无功功率，按负荷吸收功率记录。
g_i^{sh}, b_i^{sh}	节点并联电导和电纳，用于表示并联补偿、等效励磁支路或其他母线并联项。
V_i, θ_i	节点电压幅值和相角，可作为给定量，也可作为计算结果。
V_i^{\max}, V_i^{\min}	节点电压幅值运行边界。
支路表	
i, j	支路两端节点编号，并约定支路参数方向为 $i \rightarrow j$ 。
r_{ij}, x_{ij}	支路串联电阻和电抗的标么值，用于形成 $y_{ij} = 1/(r_{ij} + jx_{ij})$ 。
b_{ij}^c	支路总并联电纳的标么值，名义 π 型模型中通常分配到两端。
k_{ij}	支路非标准变比。普通架空线路和电缆线路通常取 $k_{ij} = 1$ 。
θ_{ij}^{shift}	支路移相角。非移相支路通常取 $\theta_{ij}^{shift} = 0$ 。
F_{ij}^{\max} 或 S_{ij}^{\max}	支路容量限制，可表示有功潮流上限或视在功率上限。
$status$	支路投运状态，用于表示支路投入或退出运行。

支路表中的 r_{ij} 、 x_{ij} 、 b_{ij}^c 、 k_{ij} 和 θ_{ij}^{shift} 共同确定图 2.5 所示的通用支路模型。架空线路和电缆线路通常主要填写串联阻抗和并联电纳，变压器通常主要填写串联阻抗和非标准变比，移相器还需要填写移相角。母线表中的负荷、并联导纳和电压边界则描述节点侧接入量和运行边界。

本章小结

本章介绍了潮流计算网络建模的基本过程。单线图上的等电位区域被抽象为节点，架空线路、电缆线路、双绕组变压器和移相器被抽象为支路，负荷、发电机和并联设备作为接入母线的设备量处理。架空线路是本章线路建模的主要对象，电缆线路可在稳态潮流计算中类比整理为串联阻抗和并联导纳，但其参数特性与架空线路不同。双绕组变压器由理想变压器、串联阻抗、励磁支路和实际变比描述，三绕组变压器可通过内部节点等方式转化为多个双端支路。标幺制通过统一三相容量基值和各电压等级的线电压基值，把设备有名值参数转化为统一尺度；相电压、线电压、相电流和线电流的基值关系需要保持一致。最终，不同设备可以整理为通用支路模型，并填入母线表和支路表。

第三章 潮流方程与节点类型

3.1 节点导纳矩阵

潮流计算需要先把节点支路网络写成电路方程。在线性电路层面,节点注入电流与节点电压之间满足

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{V}. \quad (3.1)$$

其中, \mathbf{V} 为节点电压相量列向量, \mathbf{I} 为节点注入电流相量列向量, \mathbf{Y} 为节点导纳矩阵 (Bus Admittance Matrix, Y-bus)。

节点导纳矩阵由网络拓扑和设备参数决定。负荷功率和发电机出力不直接进入 \mathbf{Y} 矩阵,而是在功率平衡方程中体现。对不含非标准变比的普通支路,若节点 i 与节点 j 之间的串联导纳为 y_{ij} ,节点 i 的并联导纳为 y_i^{sh} ,则有

$$Y_{ii} = \sum_{k \in \Omega_i} y_{ik} + y_i^{sh}, \quad Y_{ij} = -y_{ij}, \quad i \neq j. \quad (3.2)$$

其中, Ω_i 表示与节点 i 直接相连的节点集合。对角元素汇总与该节点相连的支路导纳和节点并联导纳,非对角元素反映两个节点之间的直接电气连接。若两个节点之间没有直接支路,则对应非对角元素为零。

三节点网络的节点导纳矩阵构造

考虑一个三节点系统,暂不计线路对地电纳和并联补偿。三条支路电抗分别为 $x_{12} = 0.4$ 、 $x_{13} = 0.2$ 和 $x_{23} = 0.2$,且忽略电阻。相应支路阻抗和支路导纳为

$$z_{12} = j0.4, \quad z_{13} = j0.2, \quad z_{23} = j0.2,$$
$$y_{12} = \frac{1}{j0.4} = -j2.5, \quad y_{13} = \frac{1}{j0.2} = -j5, \quad y_{23} = \frac{1}{j0.2} = -j5.$$

按照式 (3.2),节点导纳矩阵为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} -j7.5 & j2.5 & j5 \\ j2.5 & -j7.5 & j5 \\ j5 & j5 & -j10 \end{bmatrix}.$$

例如,节点 1 与节点 2、节点 3 相连,因此 Y_{11} 包含 y_{12} 和 y_{13} ;节点 1 与节点 2 之间存在支路,因此 $Y_{12} = -y_{12} = j2.5$ 。

3.2 交流节点功率方程

交流潮流 (Alternating Current Power Flow, AC PF) 模型建立在复电压、复电流和复功率关系之上。节点 i 的电压相量可写为极坐标形式

$$V_i = |V_i|e^{j\theta_i}, \quad (3.3)$$

其中, $|V_i|$ 为电压幅值, θ_i 为电压相角。节点注入复功率定义为

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^*. \quad (3.4)$$

这里采用注入为正的约定。若节点同时存在发电和负荷, 则节点净注入为

$$P_i = P_{g,i} - P_{d,i}, \quad Q_i = Q_{g,i} - Q_{d,i}. \quad (3.5)$$

将式 (3.1) 代入式 (3.4), 并令 $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$, 可得交流节点功率方程

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}), \quad (3.6)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}), \quad (3.7)$$

其中, $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ 。

式 (3.6) 和式 (3.7) 是交流潮流计算的核心关系。它们说明, 节点注入功率由全网电压状态和节点导纳矩阵共同决定。由于方程中包含电压幅值乘积和相角差三角函数, 交流潮流方程是非线性方程组。

对潮流计算而言, 已知量通常是节点功率、发电机电压设定值和网络参数, 而不是完整的节点电压。计算过程需要寻找一组节点电压, 使由式 (3.6) 和式 (3.7) 计算得到的功率与给定功率相匹配。第四章将介绍 Newton-Raphson 方法如何求解这一非线性方程组。

3.3 支路潮流、网损和容量表达

节点电压求得后, 可以进一步计算支路电流和支路功率。以采用 π 型模型的线路 $i-j$ 为例, 支路 $i \rightarrow j$ 的电流可写为

$$I_{ij} = y_{ij}(V_i - V_j) + j \frac{b_{ij}^c}{2} V_i, \quad (3.8)$$

其中, y_{ij} 为串联导纳, b_{ij}^c 为线路总对地电纳。支路 $i \rightarrow j$ 的复功率为

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^*. \quad (3.9)$$

同理, 支路 $j \rightarrow i$ 的电流和复功率为

$$I_{ji} = y_{ij}(V_j - V_i) + j \frac{b_{ij}^c}{2} V_j, \quad S_{ji} = V_j I_{ji}^*. \quad (3.10)$$

一条支路两端的功率通常不互为相反数。支路损耗为

$$S_{\text{loss},ij} = S_{ij} + S_{ji}. \quad (3.11)$$

若忽略对地电纳, 只考虑串联阻抗 $z_{ij} = r_{ij} + jx_{ij}$, 则有功损耗可写为

$$P_{\text{loss},ij} = r_{ij} |I_{ij}|^2. \quad (3.12)$$

该式说明，线路有功损耗来自线路电阻。对于输电网，电阻通常小于电抗，但在网损分析中仍需保留。

支路容量约束有多种表达方式。若只关注有功潮流，可使用

$$|P_{ij}| \leq P_{ij}^{\max}. \quad (3.13)$$

若容量按视在功率给定，可写为

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \leq (S_{ij}^{\max})^2. \quad (3.14)$$

若设备热稳定边界按电流给定，可写为

$$|I_{ij}| \leq I_{ij}^{\max}. \quad (3.15)$$

三类容量表达的适用场景不同。直流潮流和直流最优潮流中，常使用有功潮流限值。交流潮流和交流最优潮流中，视在功率约束和电流约束更能反映线路热稳定边界。具体采用哪一种形式，取决于数据来源、工程习惯和计算模型。

表 3.1 常见支路容量表达

约束形式	数学表达	常见用途
有功潮流约束	$ P_{ij} \leq P_{ij}^{\max}$	直流潮流、直流最优潮流和快速有功安全分析
视在功率约束	$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \leq (S_{ij}^{\max})^2$	交流潮流校核和交流最优潮流
电流约束	$ I_{ij} \leq I_{ij}^{\max}$	线路热稳定约束和配电网模型

3.4 节点类型的工程含义

交流潮流计算中，节点通常分为 PQ 节点、PV 节点和平衡节点。节点类型来自实际设备的控制方式，也决定了哪些功率关系作为约束进入潮流方程组，哪些功率量作为结果计算。

PQ 节点表示功率注入已知且电压不作为控制目标的节点。典型对象包括负荷节点、固定功率运行的分布式电源节点，以及经过等值处理的注入节点。其建模含义是：节点按照给定有功和无功注入或吸收功率运行，电压幅值和相角由网络方程决定。

PV 节点表示具有电压控制能力的发电节点。典型对象包括带励磁调节的同步发电机母线，也可以包括电压控制模式下的并网逆变器节点。其建模含义是：节点给定有功出力 and 电压幅值，通过调节无功出力维持电压目标。该控制能力受到无功上下限约束。若无功越限，节点类型可能需要调整，第四章将进一步讨论。

平衡节点承担两个作用。其一，它提供全系统相角参考，通常设定

$$\theta_r = 0. \quad (3.16)$$

其二，它吸收潮流计算前未知的系统功率差额。由于网损需要在潮流计算完成后才能确定，系统总发电和总负荷之间的差额必须由平衡节点承担。

表 3.2 总结了三类节点的工程含义和计算处理方式。表中的给定量和待求量来自设备控制逻辑。理解节点类型时，应优先关注实际设备如何运行。

节点类型并非设备天然属性，而是运行方式和建模选择的结果。同一类设备在不同控制模式下可能采用不同节点类型。例如，分布式电源若按给定功率运行，可以建模为 PQ 节点；若按电压控制模式运行，则可能建模为 PV 节点。

表 3.2 交流潮流计算中的节点类型

节点类型	典型对象	控制逻辑	计算处理
PQ 节点	负荷节点, 固定功率分布式电源节点	功率注入给定, 电压由网络决定	给定 P, Q , 求 $ V , \theta$
PV 节点	同步发电机母线, 电压控制型逆变器节点	给定有功和电压目标, 通过无功调节维持电压	给定 $P, V $, 求 Q, θ
平衡节点	参考发电机母线或外部电网等值节点	提供相角参考, 承担未知网损和功率差额	给定 $ V , \theta$, 求 P, Q

3.5 潮流方程结构与结果判断

设系统共有 n 个节点, 节点集合为 \mathcal{N} , 其中平衡节点为 r , PQ 节点集合为 \mathcal{N}_{PQ} 。每个节点都涉及有功功率、无功功率、电压幅值和电压相角四个基本量。式 (3.6) 和式 (3.7) 对每个节点都给出了由电压状态计算功率注入的关系。因此, 对 n 个节点而言, 形式上可写出 $2n$ 个功率计算关系。节点类型的作用, 是决定哪些功率关系作为给定功率约束进入核心非线性方程组, 哪些功率量在电压解出后作为结果计算。

PQ 节点给定 P_i 和 Q_i , 未知 $|V_i|$ 和 θ_i , 因此其有功和无功功率关系都构成功率平衡约束。PV 节点给定 P_i 和 $|V_i|$, 未知 θ_i 和 Q_i , 因此其有功功率关系构成功率平衡约束; 无功注入 Q_i 用于反映该节点维持给定电压所需的无功出力, 在电压状态求得后由式 (3.7) 计算。平衡节点给定 $|V_r|$ 和 θ_r , 其有功和无功注入同样在电压解出后计算。

根据上述节点类型, 交流潮流计算通常选择所有非平衡节点的相角和所有 PQ 节点的电压幅值作为核心未知量:

$$x = \begin{bmatrix} \theta_i, i \in \mathcal{N} \setminus \{r\} \\ |V_i|, i \in \mathcal{N}_{PQ} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

相应地, 核心方程组由非平衡节点的有功不平衡量和 PQ 节点的无功不平衡量组成。功率不平衡量定义为

$$\Delta P_i = P_i^{\text{spec}} - P_i^{\text{calc}}, \quad \Delta Q_i = Q_i^{\text{spec}} - Q_i^{\text{calc}}. \quad (3.18)$$

潮流方程组可写为

$$\Delta f(x) = \begin{bmatrix} \Delta P_i, i \in \mathcal{N} \setminus \{r\} \\ \Delta Q_i, i \in \mathcal{N}_{PQ} \end{bmatrix} = 0. \quad (3.19)$$

式 (3.17) 和式 (3.19) 的维数相同。若系统共有 1 个平衡节点、 n_{PV} 个 PV 节点和 n_{PQ} 个 PQ 节点, 则未知相角个数为 $n - 1$, 未知电压幅值个数为 n_{PQ} ; 有功不平衡方程个数为 $n - 1$, 无功不平衡方程个数为 n_{PQ} 。因此未知量总数和方程总数均为

$$(n - 1) + n_{PQ}. \quad (3.20)$$

PV 节点的无功注入和平衡节点的有功、无功注入没有被忽略, 而是在求得全部节点电压幅值和相角后, 通过交流功率方程直接计算。

五节点系统的潮流方程结构

设节点 1 为平衡节点, 节点 2 和节点 3 为 PV 节点, 节点 4 和节点 5 为 PQ 节点。节点 1 的 $|V_1|$ 和 θ_1 已知; 节点 2 和节点 3 的 $|V_2|, |V_3|$ 已知, 但 θ_2, θ_3 未知; 节点 4 和节点 5 的电

压幅值和相角均未知。因此，核心未知量为

$$x = [\theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad |V_4| \quad |V_5|]^T.$$

对应方程包括节点 2 至节点 5 的有功不平衡方程，以及节点 4 和节点 5 的无功不平衡方程：

$$\Delta f(x) = [\Delta P_2 \quad \Delta P_3 \quad \Delta P_4 \quad \Delta P_5 \quad \Delta Q_4 \quad \Delta Q_5]^T = 0.$$

该例共有 6 个未知量和 6 个方程。PV 节点 2、3 的无功注入以及平衡节点 1 的有功、无功注入在电压状态求得后再计算。

潮流计算完成后，还需要区分可解性、收敛性和运行可行性。可解性关注潮流方程是否存在满足给定条件的解；收敛性关注数值算法是否在给定容差内找到解；运行可行性关注计算结果是否满足电压、线路和设备边界。

表 3.3 潮流计算结果的基本判断

判断对象	含义	示例
可解性	潮流方程是否存在满足给定条件的解	负荷过重或无功支撑不足时，方程可能无解
收敛性	数值算法是否在给定容差内找到解	初值较差或模型参数异常时，算法可能不收敛
运行可行性	潮流解是否满足工程运行边界	潮流收敛后仍可能出现电压越限或线路过载

这三个概念不能混用。潮流不收敛可能是数值问题，也可能反映运行点接近物理不可行边界；潮流收敛也不代表运行方案合格，因为线路容量、节点电压和发电机无功出力仍需进一步校核。

本章小结

本章从节点支路网络出发，建立了节点导纳矩阵、交流节点功率方程和支路潮流表达。节点导纳矩阵描述网络拓扑和设备参数，交流节点功率方程描述节点电压与功率注入之间的非线性关系，支路潮流表达用于计算线路功率和损耗。PQ 节点、PV 节点和平衡节点反映了不同设备控制方式，也决定了潮流方程中哪些功率关系进入核心非线性方程组。潮流计算结果还需经过可解性、收敛性和运行可行性判断。

第二部分

潮流计算

第四章 Newton-Raphson 交流潮流计算

4.1 牛顿迭代思想

交流潮流方程是非线性方程组。节点电压幅值和相角同时出现在电压乘积项和三角函数项中，因此一般不能通过一次线性方程直接求解。Newton-Raphson 方法的基本思想是在当前迭代点附近对非线性方程进行局部线性化，通过求解线性修正方程逐步逼近非线性方程的解。

设需要求解的非线性方程为

$$F(x) = 0. \quad (4.1)$$

如果 x 是一个标量， $F'(x)$ 表示函数曲线在当前点的斜率；如果 x 是一个向量， $F(x)$ 通常也是一个向量，此时需要用雅可比矩阵描述多个函数对多个变量的局部变化关系。若 F_a 表示第 a 个方程， x_b 表示第 b 个变量，则雅可比矩阵元素定义为

$$J_{ab}(x) = \frac{\partial F_a(x)}{\partial x_b}. \quad (4.2)$$

因此，雅可比矩阵的行对应方程，列对应变量的。它可以理解为“多元函数的一阶导数矩阵”，用于描述状态变量发生小变化时，方程残差如何随之变化。

二维函数的雅可比矩阵

设一个二维非线性函数由两个方程组成：

$$F_1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2, \quad F_2(x_1, x_2) = \sin x_1 + x_2^2.$$

其雅可比矩阵为

$$J(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1 & 1 \\ \cos x_1 & 2x_2 \end{bmatrix}.$$

这个矩阵说明：第 1 行描述 F_1 对两个变量的敏感性，第 2 行描述 F_2 对两个变量的敏感性。潮流计算中的雅可比矩阵也是同一含义，只是变量变成了节点电压相角和电压幅值，方程变成了功率不平衡方程。

在当前迭代点 $x^{(k)}$ 附近，对 $F(x)$ 作一阶泰勒展开：

$$F(x^{(k)} + \Delta x) \approx F(x^{(k)}) + J(x^{(k)})\Delta x. \quad (4.3)$$

令线性化后的函数值为零，可得修正方程

$$J(x^{(k)})\Delta x = -F(x^{(k)}). \quad (4.4)$$

求得修正量后, 状态更新为

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x. \quad (4.5)$$

在潮流计算中, 状态变量 x 对应待求的电压相角和电压幅值, 方程残差对应功率不平衡量。若当前电压代入功率方程后, 计算功率与给定功率不一致, 就通过雅可比矩阵求取电压修正量。经过多次迭代后, 功率不平衡量逐渐减小, 直到满足收敛容差。

一元方程中的牛顿迭代

以方程 $f(x) = x^2 - 2 = 0$ 为例, 牛顿迭代公式为

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})} = x^{(k)} - \frac{(x^{(k)})^2 - 2}{2x^{(k)}}.$$

若取初值 $x^{(0)} = 1$, 则

$$x^{(1)} = 1.5, \quad x^{(2)} \approx 1.4167.$$

迭代结果逐步接近 $\sqrt{2}$ 。交流潮流中的 Newton-Raphson 方法使用相同思想, 只是未知量由一个标量变为一组节点电压幅值和相角。

Newton-Raphson 方法的优点是局部收敛速度通常较快, 尤其在初值接近解时表现较好。其代价是每次迭代都需要形成并求解线性修正方程。对于大型电力系统, 雅可比矩阵的稀疏结构和线性方程组求解效率会显著影响计算性能。

4.2 功率不平衡量和雅可比矩阵

交流潮流计算的目标, 是使节点计算注入功率与给定注入功率一致。对节点 i , 有功和无功功率不平衡量定义为

$$\Delta P_i = P_i^{\text{spec}} - P_i^{\text{calc}}, \quad \Delta Q_i = Q_i^{\text{spec}} - Q_i^{\text{calc}}. \quad (4.6)$$

其中, P_i^{spec} 、 Q_i^{spec} 为给定注入功率, P_i^{calc} 、 Q_i^{calc} 为由当前节点电压代入交流功率方程得到的计算注入功率。

根据第三章的节点类型划分, 非平衡节点需要建立有功不平衡方程, PQ 节点还需要建立无功不平衡方程。功率不平衡向量可写为

$$\Delta f(x) = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

其中, ΔP 包括所有非平衡节点的有功不平衡量, ΔQ 包括所有 PQ 节点的无功不平衡量。

潮流计算中常把雅可比矩阵定义为计算功率对电压状态的偏导数。状态修正量包括非平衡节点的相角修正量和 PQ 节点的电压幅值修正量。按照这种写法, Newton-Raphson 修正方程为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

式中四个子矩阵分别为

$$H = \frac{\partial P^{\text{calc}}}{\partial \theta}, \quad N = \frac{\partial P^{\text{calc}}}{\partial |V|}, \quad M = \frac{\partial Q^{\text{calc}}}{\partial \theta}, \quad L = \frac{\partial Q^{\text{calc}}}{\partial |V|}. \quad (4.9)$$

这里的 P^{calc} 和 Q^{calc} 只包含进入核心方程组的节点功率: P^{calc} 对应所有非平衡节点, Q^{calc} 对应所有 PQ 节点。

矩阵 H 描述相角变化对有功功率的影响, 矩阵 L 描述电压幅值变化对无功功率的影响。矩阵 N 和 M 描述有功与电压幅值、无功与相角之间的交叉耦合。高压输电网中常说有功与相角、无功与电压幅值近似相关, 正是基于这些矩阵块的相对影响进行近似分析。快速解耦潮流将在第 5 章介绍。

三节点系统中的雅可比矩阵维度

设三节点系统中节点 1 为平衡节点, 节点 2 为 PV 节点, 节点 3 为 PQ 节点。核心未知量包括 θ_2 、 θ_3 和 $|V_3|$, 共 3 个。功率不平衡方程包括节点 2、节点 3 的有功不平衡方程, 以及节点 3 的无功不平衡方程, 共 3 个。因此, 该系统的 Newton-Raphson 修正方程中雅可比矩阵为 3×3 矩阵。

完整的雅可比矩阵元素由交流功率方程对电压相角和电压幅值求偏导得到。这里重点关注矩阵结构和工程含义, 具体元素表达可放入附录。实际软件中, 雅可比矩阵通常是稀疏矩阵, 只有电气连接较近的节点之间存在直接耦合项。

4.3 计算流程与收敛判据

Newton-Raphson 交流潮流计算由初值开始, 反复计算功率不平衡量和状态修正量。其基本流程如表 4.1 所示。

表 4.1 Newton-Raphson 交流潮流计算流程

步骤	内容
1	设定节点类型、网络参数、负荷功率和发电机设定值, 给出电压初值。常用平启动取 $ V_i = 1.0$ 、 $\theta_i = 0$ 。
2	根据当前电压状态, 代入交流功率方程, 计算 P_i^{calc} 和 Q_i^{calc} 。
3	计算功率不平衡量 ΔP 和 ΔQ 。若最大不平衡量满足收敛容差, 则停止迭代。
4	形成雅可比矩阵, 求解线性修正方程, 得到 $\Delta\theta$ 和 $\Delta V $ 。
5	更新节点电压状态, 并返回步骤 2。

状态更新方式由节点类型决定。PQ 节点的电压相角和电压幅值都需要更新; PV 节点只更新电压相角, 其电压幅值保持给定值; 平衡节点的电压幅值和相角均保持给定值, 不参与未知量更新。

收敛判据通常基于最大功率不平衡量。常用形式为

$$\max(|\Delta P_i|, |\Delta Q_k|) < \varepsilon, \quad (4.10)$$

其中, i 遍历所有非平衡节点, k 遍历所有 PQ 节点, ε 为收敛容差。工程计算中常根据容量基准和精度要求选取容差, 例如在标么制下可取 10^{-6} 或 10^{-8} 。

Newton-Raphson 潮流迭代过程示意

下表给出一个示意性迭代过程。表中数值不对应特定系统, 只用于说明最大功率不平衡量随迭代逐步下降的过程。

迭代次数	最大 $ \Delta P $	最大 $ \Delta Q $	是否收敛
0	1.20×10^{-1}	8.50×10^{-2}	否
1	1.80×10^{-2}	1.10×10^{-2}	否
2	4.20×10^{-4}	2.70×10^{-4}	否
3	2.10×10^{-7}	1.60×10^{-7}	是

Newton-Raphson 方法的收敛速度通常较快, 但每次迭代需要形成并求解雅可比矩阵方程。对大型网络, 计算效率不仅取决于迭代次数, 也取决于稀疏矩阵求解器和数据结构。

4.4 潮流计算中的工程处理

标准 Newton-Raphson 潮流流程描述的是核心数学过程。实际工程软件还需要处理节点无功限值、平衡节点选择、电气岛识别、离散控制设备和数值收敛等问题。这些处理会影响潮流结果, 也会影响结果解释。

4.4.1 PV 节点无功限值处理

PV 节点通过调节无功出力维持电压幅值, 但发电机无功能力有限。若发电机无功出力满足

$$Q_g^{\min} \leq Q_g \leq Q_g^{\max}, \quad (4.11)$$

则 PV 节点可以保持给定电压幅值。若潮流计算得到的无功出力超过上下限, 则将无功出力固定在相应边界, 并把该节点按 PQ 节点重新处理:

$$Q_g^{\text{set}} = \begin{cases} Q_g^{\max}, & Q_g^{\text{calc}} > Q_g^{\max}, \\ Q_g^{\min}, & Q_g^{\text{calc}} < Q_g^{\min}. \end{cases} \quad (4.12)$$

这种处理的工程含义是: 发电机无功能力已经达到边界, 不能继续通过调节无功维持原电压目标。节点转为 PQ 节点后, 电压幅值由网络方程决定。PV-PQ 切换是工程算法逻辑, 并非交流潮流方程本身的组成部分。

4.4.2 平衡节点和电气岛处理

平衡节点提供相角参考, 并承担潮流计算前未知的系统功率差额。在一个连通系统中, 通常只设置一个平衡节点。若开关状态或支路停运导致系统分裂为多个电气岛, 则每个有源电气岛都需要独立的参考节点。

无源电气岛没有电源支撑, 通常无法进行常规潮流计算。有源电气岛若缺少平衡节点, 也无法确定相角参考和功率差额承担者。因此, 潮流计算前需要进行拓扑检查, 识别电气岛并确认参考节点设置合理。

4.4.3 变压器分接头和并联补偿设备

有载调压变压器、并联电容器和并联电抗器会影响电压和无功分布。基础潮流计算可以先固定这些设备状态, 将其作为给定参数处理。工程软件中也常采用外层控制循环, 根据电压偏差调整分接头或补偿设备, 然后重新进行潮流计算。

这种外层控制处理具有离散性和逻辑性。例如, 变压器分接头只能在有限档位之间变化, 并联电容器通常按组投切。若把这些离散控制直接纳入优化模型, 问题会比普通潮流计算复杂得多。

4.4.4 阻尼步长和初值策略

当 Newton-Raphson 修正量较大时, 直接使用全步长更新可能导致震荡或发散。此时可引入阻尼系数:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha \Delta x, \quad 0 < \alpha \leq 1. \quad (4.13)$$

若 $\alpha = 1$, 为标准 Newton-Raphson 更新; 若 $\alpha < 1$, 则修正步长被缩小, 可能改善某些重载场景或初值较差场景下的收敛表现。

初值同样重要。常见初值包括平启动、上一时刻潮流结果热启动和直流潮流初值。连续时序计算中, 上一时刻的交流潮流解通常是较好的初值。对大扰动后的系统, 单纯使用平启动可能增加迭代次数, 甚至导致不收敛。

表 4.2 潮流计算中的常见工程处理

问题	触发条件	常见处理
PV 节点无功越限	发电机计算无功超过上下限	固定无功在限值处, 将该节点按 PQ 节点处理
平衡节点异常	平衡节点不在有源连通区域, 或网络分裂为多个电气岛	重新识别电气岛, 并为每个有源电气岛设置参考节点
离散控制设备	电压越限或无功分布不合理	通过外层循环调整分接头或并联补偿设备
牛顿步长过大	状态更新后不平衡量增加或迭代震荡	采用阻尼步长或改进初值

4.5 收敛问题和结果诊断

潮流计算不收敛可能来自数值算法, 也可能来自运行点本身接近不可行边界。常见原因包括初值较差、负荷过重、无功支撑不足、网络参数错误、孤岛未处理和节点类型设置不合理。

负荷逐步放大实验可以用来观察收敛性和运行可行性的变化。设原始负荷为 P_d, Q_d , 引入负荷放大系数 λ :

$$P_d^{new} = \lambda P_d, \quad Q_d^{new} = \lambda Q_d. \quad (4.14)$$

随着 λ 增大, 系统电压通常下降, 线路负载率升高, 发电机无功支撑压力增大。当系统接近电压稳定极限时, Newton-Raphson 迭代可能变慢, 雅可比矩阵可能变得病态, 最终出现不收敛。

负荷放大实验中的结果诊断

下表给出一组示意结果。其作用是说明负荷水平提高后, 潮流收敛性和运行可行性可能同时恶化。

负荷倍数 λ	最低电压幅值	迭代次数	结果判断
1.0	0.97	3	收敛, 电压合格
1.3	0.93	4	收敛, 电压接近下限
1.6	0.88	7	收敛, 但电压越限
1.8	—	达到迭代上限	不收敛

潮流收敛后仍需检查电压、线路容量和设备边界。若潮流不收敛, 需要进一步判断是模型数据问题、初值问题, 还是运行条件本身已经不可行。实际诊断时, 可先检查网络拓扑和设备参数, 确认不

存在孤岛、错误阻抗或错误基准值；再检查节点类型和发电机无功限值处理；随后尝试调整初值或采用阻尼步长。若这些处理仍不能改善收敛，则需考虑当前负荷水平或运行方式是否已经超出系统可行范围。

本章小结

本章介绍了 Newton-Raphson 交流潮流计算方法。该方法通过对功率不平衡方程进行线性化，利用雅可比矩阵求取电压状态修正量。雅可比矩阵是多元非线性方程的一阶导数矩阵，在潮流计算中表示计算功率对电压相角和电压幅值的局部敏感性。标准流程包括初始化、计算功率不平衡量、形成雅可比矩阵、求解修正方程、更新状态和收敛判断。实际工程计算还需要处理 PV 节点无功越限、平衡节点和电气岛、离散控制设备、阻尼步长和初值选择等问题。潮流计算结果需要同时关注收敛性和运行可行性。

第五章 其他交流潮流计算方法

5.1 Gauss-Seidel 方法

Gauss-Seidel 方法是一种逐节点更新电压的迭代方法。它的基本思想是：在每一轮迭代中，按照节点顺序逐个修正电压；对已经更新过的节点，使用本轮新值；对尚未更新的节点，仍使用上一轮旧值。该方法形式直观，便于理解潮流计算的迭代过程，但在大规模系统中收敛速度通常慢于 Newton-Raphson 方法。

由节点电流方程

$$I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j = Y_{ii} V_i + \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j \quad (5.1)$$

以及复功率关系

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^* \quad (5.2)$$

可得节点 i 的电压更新式。对 PQ 节点，给定节点净注入功率 P_i 和 Q_i ，迭代公式可写为

$$V_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(k)})^*} - \sum_{j < i} Y_{ij} V_j^{(k+1)} - \sum_{j > i} Y_{ij} V_j^{(k)} \right]. \quad (5.3)$$

式中， k 表示迭代次数。第一项来自给定节点净注入功率，后两项来自与其他节点的电气连接。若节点为负荷节点，则其净注入功率通常为负值。

对 PV 节点，节点电压幅值给定，无功功率未知。因此，通常需要先根据当前电压估计该节点无功功率，再按类似 PQ 节点的形式计算一个临时电压，最后将其幅值调整回给定值。这个处理比 PQ 节点复杂，也使 Gauss-Seidel 方法在实际工程程序中的使用受到限制。

Gauss-Seidel 迭代中的新旧值

设节点顺序为 1, 2, 3, 4，其中节点 1 为平衡节点。在一轮 Gauss-Seidel 迭代中，若正在更新节点 3，则节点 2 的电压已经在本轮更新，应使用 $V_2^{(k+1)}$ ；节点 4 尚未更新，仍使用 $V_4^{(k)}$ 。这种新旧值混合使用，是 Gauss-Seidel 方法区别于 Jacobi 迭代的重要特征。

Gauss-Seidel 方法的优点是推导简单、存储需求较低，并且容易手工实现。其缺点是收敛速度较慢，对初值和系统条件较敏感。对于病态系统、重载系统或含大量 PV 节点的系统，可能需要引入加速因子，或者改用 Newton-Raphson 方法。

一种常见改进是使用加速因子 α ：

$$V_i^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha \left(\tilde{V}_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \right), \quad (5.4)$$

其中， $\tilde{V}_i^{(k+1)}$ 为由式 (5.3) 得到的未加速电压， α 为加速因子。若 $\alpha = 1$ ，则为普通 Gauss-Seidel 迭代；若 α 取值不合适，则可能导致迭代震荡或发散。

5.2 快速解耦法

快速解耦法来源于高压输电网的近似特性。在输电网中，线路电抗通常显著大于电阻，节点电压幅值接近额定值，相角差较小。在这些条件下，有功功率主要受相角影响，无功功率主要受电压幅值影响。因此，Newton-Raphson 方法中的耦合关系可以近似简化。

Newton-Raphson 方法的线性化形式为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

快速解耦法忽略较弱的耦合项，得到近似关系

$$\Delta P \approx H \Delta \theta, \quad \Delta Q \approx L \Delta |V|. \quad (5.6)$$

进一步利用高压输电网的参数特性，可将 H 和 L 近似为与网络电纳相关的常系数矩阵，形成如下计算形式：

$$B' \Delta \theta = \frac{\Delta P}{|V|}, \quad B'' \Delta |V| = \frac{\Delta Q}{|V|}. \quad (5.7)$$

其中， B' 和 B'' 通常由网络电纳矩阵经过适当简化得到。由于 B' 和 B'' 在迭代过程中可近似保持不变，快速解耦法不需要每轮重新形成完整雅可比矩阵，单次迭代计算量通常低于完整 Newton-Raphson 方法。

快速解耦法的计算过程可以分为有功相角修正和无功电压修正两个部分。先根据有功不平衡量求解相角修正量，再根据无功不平衡量求解电压幅值修正量。两部分交替进行，直至功率不平衡量满足容差要求。

表 5.1 Newton-Raphson 方法与快速解耦法的差异

比较项	Newton-Raphson 交流潮流	快速解耦法
线性化模型	保留 H, N, M, L 四个雅可比矩阵分块	近似保留有功相角和无功电压两组关系
矩阵更新	通常每轮迭代重新形成雅可比矩阵	B' 和 B'' 可近似保持不变
计算速度	单次迭代计算量较大，迭代次数通常较少	单次迭代计算量较小，迭代次数可能较多
适用条件	适用范围较广	更适合高压输电网快速近似分析

快速解耦法的适用性依赖近似条件。若网络电阻不可忽略，或者系统处于重载、电压异常、高 R/X 比等状态，有功与无功的耦合会增强，快速解耦法的精度和收敛性可能下降。因此，在配电网、低压网络或电压控制问题中，应谨慎使用该方法。

5.3 前推回代法

前推回代法常用于径向配电网潮流计算。配电网通常具有径向结构，支路从电源节点逐级延伸到负荷节点。利用这种拓扑特点，可以避免形成完整雅可比矩阵，通过支路电流和节点电压的交替更新求解潮流。

对一条径向馈线，前推回代法通常包括两个步骤。第一步为回代，从末端节点向电源节点计算支路电流。若节点 i 的负荷吸收功率为 $S_{d,i} = P_{d,i} + jQ_{d,i}$ ，当前电压为 $V_i^{(k)}$ ，则负荷电流可近似写为

$$I_{d,i}^{(k)} = \left(\frac{S_{d,i}}{V_i^{(k)}} \right)^*. \quad (5.8)$$

这里的 $I_{d,i}^{(k)}$ 表示负荷从网络吸收的电流。若仍采用节点注入为正的约定, 则该负荷对节点注入电流的贡献为 $-I_{d,i}^{(k)}$ 。

支路电流由下游负荷电流和下游支路电流累加得到。若 $\mathcal{C}(j)$ 表示节点 j 的下游相邻节点集合, 则支路 $i \rightarrow j$ 的电流可写为

$$I_{ij}^{(k)} = I_{d,j}^{(k)} + \sum_{m \in \mathcal{C}(j)} I_{jm}^{(k)}. \quad (5.9)$$

第二步为前推, 从电源节点向末端节点更新电压。若支路阻抗为 z_{ij} , 则有

$$V_j^{(k+1)} = V_i^{(k+1)} - z_{ij} I_{ij}^{(k)}. \quad (5.10)$$

当所有节点电压更新完成后, 再重新计算负荷电流和支路电流, 反复迭代至电压变化满足容差。

四节点径向馈线的计算顺序

设馈线结构为 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$, 节点 1 为电源节点, 节点 2、3、4 为负荷节点。回代时, 先计算节点 4 的负荷电流, 再得到支路 $3 \rightarrow 4$ 的电流; 随后计算节点 3 及其下游电流, 得到支路 $2 \rightarrow 3$ 的电流; 最后得到支路 $1 \rightarrow 2$ 的电流。前推时, 从节点 1 的给定电压出发, 依次计算节点 2、3、4 的电压。

前推回代法适合径向或弱环配电网, 尤其适用于负荷节点多、网络层级清晰的场景。对于强环网或多电源复杂网络, 需进行改造或使用其他潮流方法。若考虑三相不平衡配电网, 还需要将单相等值扩展为三相相量模型。

5.4 方法比较

表 5.2 总结了几类潮流计算方法的适用场景。实际工程中, 方法选择取决于网络类型、精度要求、计算速度和数据条件。入门学习时, Newton-Raphson 交流潮流是最核心的方法; 其他方法用于理解不同网络结构和近似假设下的计算思路。

表 5.2 常见潮流计算方法比较

方法	适用网络	主要优点	主要限制
Gauss-Seidel	小规模系统	形式简单, 便于理解	收敛速度较慢, 对初值和系统条件较敏感
Newton-Raphson	一般交流电网	收敛速度快, 适用范围广	每轮需形成并求解雅可比矩阵修正方程
快速解耦法	高压输电网	单次迭代计算量较小	依赖有功相角和无功电压近似解耦
前推回代法	径向配电网	利用网络层级结构, 计算过程直观	不适合直接处理复杂强环网和一般网状输电网

本章小结

本章介绍了 Newton-Raphson 方法之外的几类交流潮流计算方法。Gauss-Seidel 法通过逐节点更新电压求解潮流, 形式直观但收敛较慢; 快速解耦法利用高压输电网中有功-相角、无功-电压幅值的近似解耦关系, 降低了单次迭代计算量; 前推回代法利用径向配电网的层级结构, 通过回代支路电流和前推节点电压完成迭代。不同方法对应不同网络结构和近似条件, 不能脱离应用场景评价其优劣。

第六章 直流潮流与网络灵敏度

6.1 从交流潮流到直流潮流

直流潮流 (Direct Current Power Flow, DC PF) 是交流潮流的线性近似模型。这里的“直流”并不表示直流电网中的潮流，而是指在若干近似条件下，把交流电网的有功潮流关系简化为线性模型。直流潮流忽略电压幅值变化、无功功率和网损，重点刻画节点相角与线路有功潮流之间的关系。

对一条连接节点 i 和节点 j 的支路，若忽略线路对地电纳，设支路串联导纳为 $g_{ij} + jb_{ij}$ ，则支路 $i \rightarrow j$ 的交流有功潮流可写为

$$P_{ij} = g_{ij}|V_i|^2 - |V_i||V_j|(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}), \quad (6.1)$$

其中， $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ 。对于高压输电网，线路电抗通常显著大于电阻，即

$$r_{ij} \ll x_{ij}. \quad (6.2)$$

此时支路电导较小，有功潮流主要由支路电抗和相角差决定。进一步采用电压幅值接近额定值、小相角差和忽略电阻损耗等近似条件：

$$|V_i| \approx |V_j| \approx 1, \quad \sin \theta_{ij} \approx \theta_{ij}, \quad \cos \theta_{ij} \approx 1, \quad (6.3)$$

可得直流潮流中的支路有功潮流表达：

$$f_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}. \quad (6.4)$$

这里用 f_{ij} 表示直流潮流模型下支路 $i \rightarrow j$ 的有功潮流， x_{ij} 为支路电抗。式 (6.4) 表明，支路有功潮流与支路两端相角差成正比，与线路电抗成反比。线路电抗越小，相同相角差下通过的有功潮流越大。

直流潮流的优势在于结构简单。节点功率平衡方程变为线性方程，线路容量约束也可以写成线性不等式。因此，直流潮流常用于输电网有功潮流近似、快速安全分析、功率转移分析和直流最优潮流。其局限也同样明确：它不能给出电压幅值、无功潮流和精确网损，不能替代交流潮流的运行校核。

6.2 节点相角方程与支路潮流矩阵

在直流潮流中，节点有功注入与节点相角之间满足线性关系。对节点 i ，有

$$P_i = \sum_{j \in \Omega_i} \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}, \quad (6.5)$$

其中， Ω_i 表示与节点 i 直接相连的节点集合。将所有节点方程合并，可写为

$$P = B_{\text{bus}} \theta. \quad (6.6)$$

其中, P 为节点有功注入向量, θ 为节点相角向量, B_{bus} 为直流潮流中的节点电纳矩阵。对不含移相器的普通支路, B_{bus} 的元素可写为

$$(B_{\text{bus}})_{ii} = \sum_{j \in \Omega_i} \frac{1}{x_{ij}}, \quad (B_{\text{bus}})_{ij} = \begin{cases} -\frac{1}{x_{ij}}, & i \text{ 与 } j \text{ 直接相连,} \\ 0, & i \text{ 与 } j \text{ 不直接相连.} \end{cases} \quad (6.7)$$

支路潮流也可以写成矩阵形式:

$$f = B_f \theta. \quad (6.8)$$

其中, f 为支路有功潮流向量, B_f 为支路潮流矩阵。若支路 l 的方向定义为 $i \rightarrow j$, 则 B_f 中第 l 行的元素为

$$(B_f)_{l,k} = \begin{cases} \frac{1}{x_{ij}}, & k = i, \\ -\frac{1}{x_{ij}}, & k = j, \\ 0, & k \neq i, j. \end{cases} \quad (6.9)$$

支路方向由建模者约定。若计算得到 $f_{ij} > 0$, 表示潮流方向与约定方向一致; 若 $f_{ij} < 0$, 表示实际潮流方向与约定方向相反。

直流潮流方程需要指定参考节点。若节点 r 为参考节点, 则令

$$\theta_r = 0. \quad (6.10)$$

由于 B_{bus} 的各行元素和为零, 原始节点电纳矩阵是奇异矩阵。删去参考节点对应的方程和变量后, 可得

$$\theta_{\text{red}} = B_{\text{red}}^{-1} P_{\text{red}}. \quad (6.11)$$

其中, B_{red} 为删去参考节点后的节点电纳矩阵, P_{red} 为非参考节点有功注入向量。若非参考节点注入之和不为零, 则参考节点承担剩余功率差额。

三节点系统的直流潮流计算

考虑前文使用的三节点网络。取支路方向为 $1 \rightarrow 2$ 、 $1 \rightarrow 3$ 、 $2 \rightarrow 3$, 支路电抗为

$$x_{12} = 0.4, \quad x_{13} = 0.2, \quad x_{23} = 0.2.$$

因此

$$\frac{1}{x_{12}} = 2.5, \quad \frac{1}{x_{13}} = 5, \quad \frac{1}{x_{23}} = 5.$$

对应的节点电纳矩阵和支路潮流矩阵为

$$B_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} 7.5 & -2.5 & -5 \\ -2.5 & 7.5 & -5 \\ -5 & -5 & 10 \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 2.5 & -2.5 & 0 \\ 5 & 0 & -5 \\ 0 & 5 & -5 \end{bmatrix}.$$

若节点 3 为参考节点, 并以 $S_B = 100$ MVA 为容量基准。设节点有功注入为 $P_1 = 120$ MW、 $P_2 = 0$ 、 $P_3 = -120$ MW, 即标么值为 $p_1 = 1.2$ 、 $p_2 = 0$ 、 $p_3 = -1.2$ 。非参考节点相角满足

$$\begin{bmatrix} 7.5 & -2.5 \\ -2.5 & 7.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

求得

$$\theta_1 = 0.18, \quad \theta_2 = 0.06, \quad \theta_3 = 0.$$

由式 (6.4) 可得

$$f_{13} = \frac{0.18 - 0}{0.2} = 0.9, \quad f_{23} = \frac{0.06 - 0}{0.2} = 0.3.$$

换算为有名值后, 线路 1 → 3 和线路 2 → 3 的潮流分别为 90 MW 和 30 MW。

若改变出力分配, 取 $P_1 = 80$ MW、 $P_2 = 40$ MW、 $P_3 = -120$ MW, 则对应标么值为 $p_1 = 0.8$ 、 $p_2 = 0.4$ 、 $p_3 = -1.2$ 。用同一矩阵重新求解, 可得

$$\theta_1 = 0.14, \quad \theta_2 = 0.10, \quad \theta_3 = 0,$$

进而得到

$$f_{13} = 0.7, \quad f_{23} = 0.5.$$

换算为有名值后, 线路 1 → 3 和线路 2 → 3 的潮流分别为 70 MW 和 50 MW。与前一种运行方式相比, 部分出力从节点 1 转移到节点 2 后, 线路 1 → 3 的潮流下降。

6.3 功率转移分布因子

功率转移分布因子 (Power Transfer Distribution Factor, PTDF) 用于描述节点注入变化对线路潮流的线性影响。它是直流潮流中最常用的网络灵敏度指标之一。若节点 a 增加注入, 节点 b 等量减少注入, 则线路 l 的潮流变化可以写为

$$\Delta f_l = \text{PTDF}_{l,a \rightarrow b} \Delta P. \quad (6.12)$$

其中, ΔP 为转移功率, $\text{PTDF}_{l,a \rightarrow b}$ 表示从节点 a 到节点 b 的功率转移对线路 l 的影响系数。

若采用矩阵形式, 可写为

$$\Delta f = \Pi \Delta P_{\text{red}}. \quad (6.13)$$

其中, Π 为相对于所选参考节点的 PTDF 矩阵, ΔP_{red} 为非参考节点注入变化向量。由直流潮流关系可得

$$\Pi = B_f T B_{\text{red}}^{-1}. \quad (6.14)$$

其中, T 表示将非参考节点相角扩展回全节点相角向量的映射矩阵。式 (6.14) 的含义是: 先由节点注入变化求相角变化, 再由相角变化求线路潮流变化。

三节点系统中的 PTDF

继续使用三节点系统, 并以节点 3 为参考节点。若节点 1 增加单位注入, 节点 3 等量减少注入, 则非参考节点注入变化为

$$\Delta P_{\text{red}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

由

$$B_{\text{red}}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.05 \\ 0.05 & 0.15 \end{bmatrix}$$

可得

$$\Delta \theta_1 = 0.15, \quad \Delta \theta_2 = 0.05, \quad \Delta \theta_3 = 0.$$

三条支路潮流变化为

$$\Delta f_{12} = 0.25, \quad \Delta f_{13} = 0.75, \quad \Delta f_{23} = 0.25.$$

这说明, 节点 1 向节点 3 增加单位功率转移时, 约 0.75 经过线路 $1 \rightarrow 3$, 约 0.25 经过路径 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 。功率不会只沿某条“最短路径”流动, 而是按照网络电抗分布在多条路径上。

支路方向仍取 $1 \rightarrow 2$ 、 $1 \rightarrow 3$ 和 $2 \rightarrow 3$, 两个典型功率转移的 PTDF 结果如下。

功率转移方向	线路 $1 \rightarrow 2$	线路 $1 \rightarrow 3$	线路 $2 \rightarrow 3$
$1 \rightarrow 3$	0.25	0.75	0.25
$2 \rightarrow 3$	-0.25	0.25	0.75

PTDF 在安全约束经济调度和直流最优潮流中使用广泛。利用 PTDF, 可以把线路潮流直接表示为节点注入功率的线性函数, 从而把线路容量约束写成节点注入功率的线性约束。第 9 章将利用这一点给出 PTDF 形式的直流最优潮流模型。

6.4 线路停运分布因子

线路停运分布因子 (Line Outage Distribution Factor, LODF) 用于估计某条线路停运后其他线路潮流的变化。它常用于 $N-1$ 安全分析和快速故障筛选。

设线路 k 停运前的潮流为 f_k^0 。线路 k 停运后, 线路 l 的潮流变化可近似写为

$$\Delta f_l = \text{LODF}_{l,k} f_k^0. \quad (6.15)$$

其中, $\text{LODF}_{l,k}$ 表示线路 k 停运对线路 l 的影响系数。若 $\text{LODF}_{l,k} = 0.3$, 表示线路 k 停运后, 其原潮流的 30% 会转移到线路 l 上。

LODF 可以由 PTDF 推导得到。若线路 k 的方向为 $m \rightarrow n$, 则常用表达为

$$\text{LODF}_{l,k} = \frac{\text{PTDF}_{l,m \rightarrow n}}{1 - \text{PTDF}_{k,m \rightarrow n}}, \quad l \neq k. \quad (6.16)$$

对停运线路自身, 有

$$\text{LODF}_{k,k} = -1. \quad (6.17)$$

式 (6.17) 表示停运后该线路潮流变为零。若式 (6.16) 的分母接近零, 说明停运线路对相应功率转移非常关键, 可能对应网络割裂或近割裂情形, 此时需要谨慎解释 LODF 结果。

三节点系统中的 LODF

仍考虑三节点系统。若线路 $1 \rightarrow 3$ 停运, 停运线路方向取 $1 \rightarrow 3$ 。由 PTDF 结果可知, $\text{PTDF}_{13,1 \rightarrow 3} = 0.75$ 。因此, 线路 $1 \rightarrow 2$ 和线路 $2 \rightarrow 3$ 对线路 $1 \rightarrow 3$ 停运的 LODF 为

$$\text{LODF}_{12,13} = \frac{0.25}{1 - 0.75} = 1, \quad \text{LODF}_{23,13} = \frac{0.25}{1 - 0.75} = 1.$$

这意味着线路 $1 \rightarrow 3$ 停运前的潮流会转移到线路 $1 \rightarrow 2$ 和线路 $2 \rightarrow 3$ 上。在三节点网络中, 线路 $1 \rightarrow 3$ 断开后, 节点 1 到节点 3 的功率只能通过路径 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 传输, 因此该结果符合直观判断。

若某运行点下线路 $1 \rightarrow 3$ 停运前潮流为 70 MW, 则停运后线路 $1 \rightarrow 2$ 和线路 $2 \rightarrow 3$ 的潮流都将增加约 70 MW。这样的快速估计可用于判断某一线路故障后, 其他线路是否可能发生越限。

表 6.1 PTDF 与 LODF 的用途比较

指标	描述对象	典型用途
PTDF	节点注入变化对线路潮流的影响	交易分析、直流最优潮流线路约束、安全约束经济调度
LODF	某条线路停运后其他线路潮流的变化	$N - 1$ 安全分析、故障筛选、线路越限快速预判

LODF 是基于直流潮流近似得到的快速灵敏度指标，适合快速筛选和预判，不应替代详细的交流潮流校核。对于重载系统、电压约束显著的系统或高 R/X 比网络，故障后的实际潮流变化可能与 LODF 估计存在明显差异。

6.5 直流潮流的适用范围与误差来源

直流潮流具有计算简单、结构清晰和灵敏度易于构造的优点，但它依赖一组近似条件。只有在这些条件基本成立时，直流潮流结果才具有较好参考价值。

首先，直流潮流忽略电阻，难以准确计算网损。实际线路存在电阻，支路两端有功功率并不完全相等。若系统网损占比较高，直流潮流会低估发电侧所需出力。

其次，直流潮流默认节点电压幅值接近 1。它不能计算电压幅值，也不能判断电压越限。对于无功不足、电压支撑薄弱或配电网电压控制问题，直流潮流不适合作为主要计算模型。

再次，直流潮流使用小相角差近似。若线路重载或相角差较大， $\sin \theta_{ij} \approx \theta_{ij}$ 的误差会增加。此时，有功潮流近似精度会下降。

表 6.2 总结了交流潮流和直流潮流的主要差异。

表 6.2 交流潮流与直流潮流的比较

比较项	交流潮流	直流潮流
主要变量	电压幅值、相角、有功和无功	相角和有功
网络方程	非线性方程	线性方程
电压约束分析	可以直接分析	不能直接分析
无功功率	显式建模	不建模
网损	可计算有功和无功损耗	通常忽略
典型用途	运行校核、电压分析、交流最优潮流	有功近似、灵敏度分析、直流最优潮流

在输电网中，直流潮流常用于快速估计线路有功潮流和构造优化模型。在配电网中，由于线路电阻不可忽略、电压约束敏感、无功影响显著，直流潮流的适用性通常较弱。对于最终运行校核，仍应以交流潮流结果为准。

本章小结

本章介绍了直流潮流及其网络灵敏度。直流潮流通过忽略电阻、固定电压幅值和采用小相角差近似，将交流有功潮流简化为线性模型。节点相角方程可写为 $P = B_{\text{bus}}\theta$ ，支路潮流可写为 $f = B_f\theta$ 。功率转移分布因子用于描述节点注入变化对线路潮流的影响，线路停运分布因子用于估计线路停运后的潮流转移。直流潮流适合输电网有功近似和快速安全分析，但不能替代交流潮流的电压、无功和网损校核。

第三部分

最优潮流

第七章 经济调度

7.1 基本模型与成本函数

经济调度 (Economic Dispatch, ED) 研究在满足负荷需求和机组出力边界的条件下, 如何分配各发电机有功出力, 使总发电成本最低。与潮流计算相比, 经济调度的网络描述更简化。它通常把系统看成一个功率汇总节点, 只要求总发电量与总负荷量平衡, 不直接计算线路潮流和节点电压。

设系统中发电机集合为 \mathcal{G} , 负荷集合为 \mathcal{D} 。发电机 g 的有功出力为 P_g , 成本函数为 $C_g(P_g)$, 负荷 d 的有功需求为 P_d 。经济调度的基本模型可写为

$$\begin{aligned} \min_{\{P_g\}_{g \in \mathcal{G}}} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} P_g = \sum_{d \in \mathcal{D}} P_d, \\ & P_g^{\min} \leq P_g \leq P_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}. \end{aligned} \quad (7.1)$$

其中, 第一行约束表示系统有功功率平衡, 第二行约束表示机组出力上下限。该模型只刻画系统总量平衡, 因此属于无网络约束的调度模型。

经济调度中常用二次成本函数表示火电机组的燃料成本:

$$C_g(P_g) = a_g P_g^2 + b_g P_g + c_g. \quad (7.2)$$

其中, a_g 、 b_g 和 c_g 为成本系数。若 $a_g > 0$, 则成本函数为凸函数。边际成本定义为成本函数对出力的导数:

$$\frac{dC_g}{dP_g} = 2a_g P_g + b_g. \quad (7.3)$$

边际成本表示机组出力增加一个单位时总成本的增量。对于凸二次成本函数, 边际成本随出力增加而升高。

两台机组的经济调度模型

设系统负荷为 300 MW, 两台机组成本函数为

$$C_1(P_1) = 0.01P_1^2 + 10P_1, \quad C_2(P_2) = 0.02P_2^2 + 8P_2.$$

若暂不考虑网络约束, 则经济调度模型为

$$\begin{aligned} \min_{P_1, P_2} \quad & 0.01P_1^2 + 10P_1 + 0.02P_2^2 + 8P_2 \\ \text{s.t.} \quad & P_1 + P_2 = 300, \\ & P_1^{\min} \leq P_1 \leq P_1^{\max}, \\ & P_2^{\min} \leq P_2 \leq P_2^{\max}. \end{aligned}$$

该模型只决定两台机组各自发出多少有功功率, 不判断这些功率经过哪些线路送达负荷。

经济调度的结果是机组有功出力计划。该结果可作为潮流计算的输入，用于进一步检查线路潮流和节点电压。若潮流校核显示线路越限或电压越限，仅依靠经济调度模型无法直接修正网络问题，需要引入网络约束调度或最优潮流模型。

7.2 等耗量微增率原则

当暂不考虑机组出力上下限时，经济调度可以通过拉格朗日乘法求解。设系统总负荷为

$$P_D = \sum_{d \in \mathcal{D}} P_d.$$

构造拉格朗日函数

$$L = \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g) - \lambda \left(\sum_{g \in \mathcal{G}} P_g - P_D \right). \quad (7.4)$$

对每台机组出力求一阶条件，可得

$$\frac{\partial L}{\partial P_g} = \frac{dC_g}{dP_g} - \lambda = 0. \quad (7.5)$$

因此，

$$\frac{dC_g}{dP_g} = \lambda, \quad g \in \mathcal{G}. \quad (7.6)$$

式 (7.6) 称为等耗量微增率原则，也可理解为等边际成本原则。其含义是，在没有机组触及出力上下限时，所有参与调节的机组边际成本相同。若某台机组边际成本更低，则增加该机组出力并减少边际成本更高机组出力，可以继续降低总成本。

实际机组存在出力边界。对于凸成本函数，边界约束下的最优性条件可概括为

$$\begin{cases} \frac{dC_g}{dP_g} = \lambda, & P_g^{\min} < P_g < P_g^{\max}, \\ \frac{dC_g}{dP_g} \leq \lambda, & P_g = P_g^{\max}, \\ \frac{dC_g}{dP_g} \geq \lambda, & P_g = P_g^{\min}. \end{cases} \quad (7.7)$$

这说明，只有未达到上下限的机组才满足边际成本相等；达到上限或下限的机组由边界约束决定。

两台机组的等耗量微增率求解

继续使用上一节的两机组算例。两台机组的边际成本分别为

$$\frac{dC_1}{dP_1} = 0.02P_1 + 10, \quad \frac{dC_2}{dP_2} = 0.04P_2 + 8.$$

若不考虑机组上下限，由等耗量微增率原则和功率平衡可得

$$0.02P_1 + 10 = 0.04P_2 + 8, \quad P_1 + P_2 = 300.$$

解得

$$P_1 = 166.67 \text{ MW}, \quad P_2 = 133.33 \text{ MW}.$$

此时两台机组的边际成本均约为 13.33。

若设 $P_1^{\max} = 150 \text{ MW}$ ，则无边界解中的 $P_1 = 166.67 \text{ MW}$ 超过上限。此时机组 G_1 出力固定在上限：

$$P_1 = 150 \text{ MW}, \quad P_2 = 300 - 150 = 150 \text{ MW}.$$

对应边际成本为

$$\frac{dC_1}{dP_1} = 13, \quad \frac{dC_2}{dP_2} = 14.$$

两台机组边际成本不再相等，因为机组 G_1 已经达到出力上限，不能继续增加出力。

场景	P_1	P_2	结果说明
不考虑出力上限	166.67 MW	133.33 MW	两台机组边际成本相等
$P_1^{\max} = 150$ MW	150 MW	150 MW	机组 G_1 达到上限，边际成本不再相等

若考虑更多机组，求解逻辑相同。未达到上下限的机组满足等耗量微增率原则，达到上限或下限的机组固定在边界上。实际调度中还可能考虑爬坡约束、启停状态、备用要求和最小开机出力等因素，这些内容会进一步扩展为机组组合和安全约束调度问题。本章只讨论最基础的经济调度模型。

7.3 经济调度与网络可行性

经济调度模型的最大简化在于网络被压缩为总功率平衡。模型 (7.1) 中没有线路潮流方程，也没有节点电压约束和无功功率约束。因此，经济调度结果可能在成本上最优，却无法在实际网络中运行。

经济调度结果与线路容量约束

考虑前文使用的三节点系统。设节点 3 负荷为 120 MW，机组 G_1 单位成本为 20 元/MWh，机组 G_2 单位成本为 40 元/MWh。若两台机组容量均不受限制，经济调度会给出

$$P_{G1} = 120 \text{ MW}, \quad P_{G2} = 0.$$

对应发电成本为

$$C = 20 \times 120 + 40 \times 0 = 2400.$$

该方案满足总功率平衡，并且发电成本最低。

然而，根据直流潮流校核，该出力方案下线路 1 → 3 的有功潮流约为 90 MW，超过其 80 MW 容量上限。该方案虽然满足经济调度模型，但不满足网络约束。

若改为

$$P_{G1} = 80 \text{ MW}, \quad P_{G2} = 40 \text{ MW},$$

对应发电成本为

$$C = 20 \times 80 + 40 \times 40 = 3200.$$

该方案成本更高，但前文直流潮流结果显示，线路 1 → 3 和线路 2 → 3 均未超过容量上限。这说明网络约束会改变调度结果，低成本机组未必能够按照经济调度结果无限增加出力。

出力方案	发电成本	线路校核	评价
$P_{G1} = 120$ MW, $P_{G2} = 0$	2400	线路 1 → 3 越限	经济性最好，但网络不可行
$P_{G1} = 80$ MW, $P_{G2} = 40$ MW	3200	线路未越限	成本较高，但满足简化线路校核

经济调度还无法处理电压和无功问题。即使线路有功潮流不越限，某些节点仍可能出现电压偏低或发电机无功越限。由于经济调度模型没有无功功率平衡方程，也没有电压幅值变量，它不能判断这

些问题。对于需要同时考虑发电成本、线路容量、电压范围和无功边界的运行问题，需要使用最优潮流模型。

从建模角度看，经济调度可以作为最优潮流的前置模型。它帮助理解发电成本、边际成本和出力边界，但不能替代网络约束模型。最优潮流将在经济调度基础上加入潮流方程和运行约束，使发电出力选择与网络可行性同时得到处理。

本章小结

本章介绍了经济调度的基本模型和等耗量微增率原则。经济调度通过最小化发电成本，在系统总功率平衡和机组出力边界下确定机组有功出力。未触及上下限的机组满足边际成本相等，触及边界的机组由出力约束决定。经济调度没有显式描述线路潮流、电压和无功约束，因此其结果仍需潮流校核。网络约束显著时，需要进一步采用最优潮流模型。

第八章 最优潮流通用模型框架

8.1 从潮流计算到最优潮流

潮流计算与最优潮流都建立在网络功率方程之上，但二者的计算目标不同。潮流计算是在给定运行条件下求系统状态，最优潮流（Optimal Power Flow, OPF）是在网络方程和运行约束下选择控制量，使运行目标达到最优。

在潮流计算中，发电机出力、发电机电压设定值、负荷功率和网络参数通常作为已知量。计算任务可以抽象写为

$$g_{\text{pf}}(x; u) = 0. \quad (8.1)$$

其中， x 表示待求状态量，典型状态量包括节点电压幅值和节点相角； u 表示已给定的控制量或运行条件。潮流计算的目的是找到满足网络方程的状态量。支路潮流、网损和设备出力校核通常在电压状态求得后进一步计算。

最优潮流把部分控制量也作为优化变量。其基本形式为

$$\begin{aligned} \min_{x, u} \quad & f(x, u) \\ \text{s.t.} \quad & g_{\text{network}}(x, u) = 0, \\ & h(x, u) \leq 0. \end{aligned} \quad (8.2)$$

其中， $f(x, u)$ 为运行目标， $g_{\text{network}}(x, u) = 0$ 为网络方程， $h(x, u) \leq 0$ 为设备边界和安全约束。最优潮流的解既要满足网络功率方程，也要满足机组、线路和电压等运行限制。

以前文三节点系统为例，若给定 $P_{G1} = 120$ MW、 $P_{G2} = 0$ MW，再计算各线路潮流，这是潮流计算。若把 P_{G1} 和 P_{G2} 作为待优化变量，同时限制线路 $1 \rightarrow 3$ 潮流不超过 80 MW，并以发电成本最小为目标，则形成最优潮流问题。

表 8.1 潮流计算与最优潮流的差异

比较项	潮流计算	最优潮流
计算目标	求给定运行方式下的电压和潮流	求满足约束的最优运行方式
控制量处理	通常作为给定输入	可以作为优化变量
网络方程	作为待求解方程	作为优化约束
输出结果	节点电压、支路潮流和网损	最优控制量及对应网络状态

从模型角度看，最优潮流可以理解为带有潮流方程的约束优化问题。它比经济调度多了网络方程和网络安全约束，比潮流计算多了目标函数和可调控量。因此，最优潮流是连接运行校核和优化调度的基础模型。

8.2 变量与目标函数

最优潮流模型中的变量通常分为控制变量和状态变量。控制变量表示调度或控制系统可以直接设定的量，状态变量表示由网络方程决定的运行结果。常见控制变量包括发电机有功出力 P_g 、发电机电压设定值 V_g^{set} 、变压器非标准变比 k 和并联补偿电纳 b^{sh} 。常见状态变量包括节点电压幅值 $|V_i|$ 、节点相角 θ_i 、发电机无功出力 Q_g 以及支路有功、无功潮流 P_{ij}, Q_{ij} 。

变量分类与模型类型有关。直流最优潮流只保留有功出力和相角变量，通常不描述无功和电压幅值。交流最优潮流保留电压幅值、相角、有功和无功变量，因此能够描述电压约束和视在功率约束。配电网 DistFlow 模型则常使用支路功率、电压平方和电流平方作为主要变量。

表 8.2 最优潮流中的常见变量

变量类别	典型变量	说明
控制变量	$P_g, V_g^{\text{set}}, k, b^{\text{sh}}$	可由调度或控制装置设定，影响系统运行状态
状态变量	$ V_i , \theta_i, Q_g, P_{ij}, Q_{ij}$	由网络方程和控制量共同决定，用于运行校核
离散变量	机组启停、开关状态、电容器组投切	会使模型变为混合整数优化问题，这里不详细展开

最优潮流的目标函数取决于运行任务。最常见目标是发电成本最小：

$$\min \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g). \quad (8.3)$$

该目标直接继承经济调度思想，但在最优潮流中，出力分配还必须满足网络方程和安全约束。

另一类常见目标是网损最小：

$$\min P_{\text{loss}}. \quad (8.4)$$

其中， P_{loss} 为系统有功网损。网损最小目标常用于电压无功优化和配电网运行优化。

还可以设置电压偏差最小目标：

$$\min \sum_{i \in \mathcal{N}} (|V_i| - V_i^{\text{ref}})^2. \quad (8.5)$$

其中， V_i^{ref} 为节点 i 的参考电压幅值。该目标用于维持节点电压接近期望水平。

多目标问题可以通过加权方式合并，例如

$$\min \alpha \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g) + \beta P_{\text{loss}} + \gamma \sum_{i \in \mathcal{N}} (|V_i| - V_i^{\text{ref}})^2. \quad (8.6)$$

其中， α 、 β 和 γ 为权重系数。权重的选择反映运行者对经济性、损耗和电压质量的偏好。这里重点讨论发电成本最小目标，其他目标作为模型扩展理解。

同一系统中的不同目标

对同一个交流网络，若目标为发电成本最小，优化结果可能倾向于使用低成本机组。若目标为网损最小，优化结果会更关注潮流路径和电压分布。若目标为电压偏差最小，发电机电压设定值和无功补偿设备可能发挥更大作用。目标函数改变后，最优运行点也可能改变。

8.3 最优潮流的约束分类

最优潮流约束可以分为三类：网络方程、设备边界和网络安全约束。不同类型最优潮流的差异，首先体现在网络方程不同，其次体现在设备和安全约束的表达方式不同。

第一类是网络方程。网络方程描述功率如何在电网中分布。交流最优潮流使用交流功率方程：

$$P_i^{\text{calc}}(|V|, \theta) = P_{g,i} - P_{d,i}, \quad Q_i^{\text{calc}}(|V|, \theta) = Q_{g,i} - Q_{d,i}. \quad (8.7)$$

其中, P_i^{calc} 和 Q_i^{calc} 由交流节点功率方程计算得到。若节点没有发电机, 则对应的 $P_{g,i}$ 或 $Q_{g,i}$ 可取为零。直流最优潮流使用直流潮流方程：

$$P_{g,i} - P_{d,i} = \sum_{j \in \Omega_i} \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}. \quad (8.8)$$

其中, Ω_i 表示与节点 i 直接相连的节点集合, x_{ij} 为支路电抗。配电网 DistFlow 最优潮流则使用径向支路功率方程。第十一章将介绍其具体形式。

第二类是设备边界。发电机有功和无功出力通常需要满足

$$P_g^{\min} \leq P_g \leq P_g^{\max}, \quad Q_g^{\min} \leq Q_g \leq Q_g^{\max}. \quad (8.9)$$

若考虑变压器非标准变比和并联补偿设备, 还可加入

$$k^{\min} \leq k \leq k^{\max}, \quad b^{sh,\min} \leq b^{sh} \leq b^{sh,\max}. \quad (8.10)$$

在基础连续模型中, 这些变量常被视为连续变量。若考虑实际档位和投切状态, 则需要引入离散变量。

第三类是网络安全约束。节点电压应满足

$$V_i^{\min} \leq |V_i| \leq V_i^{\max}. \quad (8.11)$$

支路容量可用视在功率形式表示：

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \leq (S_{ij}^{\max})^2. \quad (8.12)$$

在直流最优潮流中, 通常使用有功潮流限值：

$$-F_{ij}^{\max} \leq \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \leq F_{ij}^{\max}. \quad (8.13)$$

在配电网模型中, 也常使用支路电流约束。

从上述分类可以看出, 最优潮流是一类模型框架。直流最优潮流、交流最优潮流和配电网最优潮流都可以写成式 (8.2) 的形式, 只是网络方程、变量定义和约束表达不同。后续三章将按这一框架分别展开。

本章小结

本章给出了最优潮流的通用模型框架。潮流计算是在给定控制量后求状态, 最优潮流则同时求控制量和状态, 并使目标函数达到最优。最优潮流变量可分为控制变量和状态变量, 目标函数可以是发电成本、网损或电压偏差。约束可分为网络方程、设备边界和网络安全约束。直流最优潮流、交流最优潮流和 DistFlow 最优潮流均可视为这一框架下的不同具体模型。

第九章 直流最优潮流

9.1 直流最优潮流基本模型

直流最优潮流 (Direct Current Optimal Power Flow, DC OPF) 是在直流潮流模型基础上建立的优化问题。它保留有功功率、节点相角和线路有功容量约束, 忽略电压幅值、无功功率和网损。由于网络方程和线路容量约束均为线性形式, 直流最优潮流是最常用的网络约束优化入门模型。

设节点集合为 \mathcal{N} , 支路集合为 \mathcal{E} , 发电机集合为 \mathcal{G} 。发电机 g 接入节点 $i(g)$, 其有功出力为 P_g , 成本函数为 $C_g(P_g)$ 。节点 i 的有功负荷为 $P_{d,i}$ 。直流最优潮流的基本模型可写为

$$\begin{aligned}
 \min_{\{P_g\}, \theta} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{g: i(g)=i} P_g - P_{d,i} = \sum_{j \in \Omega_i} \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}, \quad i \in \mathcal{N}, \\
 & \theta_r = 0, \\
 & P_g^{\min} \leq P_g \leq P_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}, \\
 & -F_{ij}^{\max} \leq \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \leq F_{ij}^{\max}, \quad (i, j) \in \mathcal{E}.
 \end{aligned} \tag{9.1}$$

其中, θ_i 为节点 i 的相角, x_{ij} 为支路电抗, F_{ij}^{\max} 为支路有功潮流限值, Ω_i 表示与节点 i 直接相连的节点集合, 节点 r 为参考节点。

模型 (9.1) 中, 第一类约束是直流潮流节点功率平衡方程, 它要求每个节点的净注入功率等于由节点相角决定的支路潮流流出量。第二类约束给定参考节点相角, 用于消除相角整体平移自由度。第三类约束限制机组出力范围。第四类约束限制线路有功潮流。

若记 \mathbf{P}_G 为机组有功出力向量, \mathbf{P}_d 为节点负荷向量, A_G 为发电机到节点的关联矩阵, 则节点净注入向量可写为

$$p = A_G \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_d. \tag{9.2}$$

直流潮流方程和支路潮流方程分别为

$$p = B_{\text{bus}} \theta, \quad f = B_f \theta. \tag{9.3}$$

因此, 模型 (9.1) 也可写成矩阵形式:

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{P}_G, \theta} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g) \\
 \text{s.t.} \quad & A_G \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_d = B_{\text{bus}} \theta, \\
 & \theta_r = 0, \\
 & \mathbf{P}_G^{\min} \leq \mathbf{P}_G \leq \mathbf{P}_G^{\max}, \\
 & -F^{\max} \leq B_f \theta \leq F^{\max}.
 \end{aligned} \tag{9.4}$$

表 9.1 直流最优潮流中的主要变量和约束

内容	典型表达	含义
决策变量	P_g, θ_i	机组有功出力和节点相角
目标函数	$\min \sum_g C_g(P_g)$	最小化发电成本
网络方程	$A_G \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_d = B_{\text{bus}} \boldsymbol{\theta}$	节点注入功率与相角满足直流潮流关系
线路约束	$-F^{\max} \leq B_f \boldsymbol{\theta} \leq F^{\max}$	支路有功潮流不超过容量上限

直流最优潮流与经济调度的区别在于网络约束。若去掉模型 (9.1) 中的网络方程和线路容量约束, 并只保留系统总功率平衡, 就退化为经济调度。若保留网络方程但固定机组出力, 只求节点相角和线路潮流, 则退化为直流潮流计算。

9.2 PTDF 形式与线路约束

直流最优潮流也可以用功率转移分布因子 (Power Transfer Distribution Factor, PTDF) 写成不显式包含相角变量的形式。该写法将节点注入变化与线路潮流直接关联起来, 适合分析发电出力变化对线路容量约束的影响。

节点净注入向量仍为

$$\mathbf{p} = A_G \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_d. \quad (9.5)$$

由于直流潮流不计网损, 系统总注入必须为零:

$$\mathbf{1}^T \mathbf{p} = 0. \quad (9.6)$$

选定参考节点后, 令 R 表示删除参考节点分量的选择矩阵, 则非参考节点注入向量为 $R\mathbf{p}$ 。若 Π 表示相对于该参考节点构造的 PTDF 矩阵, 则线路潮流可写为

$$\mathbf{f} = \Pi R \mathbf{p} = \Pi R (A_G \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_d). \quad (9.7)$$

因此, PTDF 形式的直流最优潮流可写为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}_G} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{1}^T (A_G \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_d) = 0, \\ & \mathbf{P}_G^{\min} \leq \mathbf{P}_G \leq \mathbf{P}_G^{\max}, \\ & -F^{\max} \leq \Pi R (A_G \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_d) \leq F^{\max}. \end{aligned} \quad (9.8)$$

模型 (9.8) 与模型 (9.4) 在直流潮流假设下等价。矩阵形式保留相角变量, 结构更接近潮流方程本身; PTDF 形式消去相角变量, 使线路约束直接成为机组出力的线性约束。

对某条线路 l , 若 Π_l 表示 PTDF 矩阵中对应的行, 则线路潮流为

$$f_l = \Pi_l R (A_G \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_d).$$

相应线路容量约束为

$$-F_l^{\max} \leq \Pi_l R (A_G \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_d) \leq F_l^{\max}.$$

这说明线路约束并不只约束总发电量, 而是约束不同节点机组的出力组合。即使两组出力方案的总发电量相同, 由于发电机接入节点不同, 线路潮流也可能不同。

三节点系统中的 PTDF 线路约束

考虑前文三节点系统，节点 3 为负荷节点，节点 1 和节点 2 分别接入机组。由第六章可知，节点 1 向节点 3 转移 1 MW 时，线路 1 → 3 的潮流增加 0.75 MW；节点 2 向节点 3 转移 1 MW 时，线路 1 → 3 的潮流增加 0.25 MW。因此，线路 1 → 3 的潮流可以写为

$$f_{13} = 0.75P_{G1} + 0.25P_{G2}.$$

系统功率平衡为

$$P_{G1} + P_{G2} = 120.$$

若线路 1 → 3 的容量上限为 80 MW，则有

$$0.75P_{G1} + 0.25P_{G2} \leq 80.$$

将功率平衡代入线路约束，可得

$$P_{G1} \leq 100.$$

这说明线路 1 → 3 的容量约束会限制低成本机组 G_1 的最大可用出力。经济调度只看到 G_1 成本更低，而直流最优潮流能够识别其送出通道容量限制。

PTDF 形式便于同时表达多条线路约束。若系统中有 m 条线路、 n 个节点，则 Π 通常为 $m \times (n-1)$ 矩阵，对应非参考节点注入对线路潮流的影响。每一行对应一条线路，每一列对应一个非参考节点注入变化。通过矩阵不等式即可同时约束所有线路潮流。

9.3 求解形式、线路拥塞和边际成本

直流最优潮流的求解形式取决于目标函数。如果发电成本采用线性函数

$$C_g(P_g) = c_g P_g, \quad (9.9)$$

则模型 (9.1) 或模型 (9.8) 是线性规划 (Linear Programming, LP) 问题。如果发电成本采用凸二次函数

$$C_g(P_g) = a_g P_g^2 + b_g P_g + c_g, \quad a_g > 0, \quad (9.10)$$

则模型为二次规划 (Quadratic Programming, QP) 问题。由于直流潮流方程和线路约束均为线性约束，这类问题通常具有稳定的求解特性。

线路容量约束是否绑定，会显著影响最优出力。若某条线路在最优解中达到容量上限，则称该线路发生拥塞。线路拥塞意味着系统不能继续沿原有方向增加该线路潮流，即使这样做可能有助于使用更低成本的机组。

线路拥塞对最优出力的影响

仍考虑三节点系统，设目标函数为

$$\min 20P_{G1} + 40P_{G2}.$$

若不考虑线路约束，最优解为

$$P_{G1} = 120 \text{ MW}, \quad P_{G2} = 0.$$

此时线路 1 → 3 潮流为 90 MW，超过 80 MW 上限。

加入线路 1 → 3 约束后, 由上一算例可知低成本机组 G_1 最多只能发 100 MW。因此, 直流最优潮流解为

$$P_{G1} = 100 \text{ MW}, \quad P_{G2} = 20 \text{ MW}.$$

对应线路 1 → 3 潮流为

$$f_{13} = 0.75 \times 100 + 0.25 \times 20 = 80 \text{ MW}.$$

该线路达到容量上限。此时, 系统不能继续增加 G_1 出力来替代 G_2 , 因为这样会导致线路 1 → 3 越限。

模型	P_{G1}	P_{G2}	结果说明
经济调度	120 MW	0 MW	成本最低, 但线路 1 → 3 越限
直流最优潮流	100 MW	20 MW	线路 1 → 3 达到上限, 调度结果满足直流线路约束

线路拥塞还会带来节点边际成本差异。节点边际成本 (Locational Marginal Price, LMP) 可理解为在某一节点增加 1 MW 负荷时, 系统最优成本的增加量。在不考虑网损的直流模型中, 若没有线路拥塞, 各节点新增负荷所需的边际发电成本相同; 若线路发生拥塞, 不同节点的新增负荷会以不同方式影响拥塞线路, 因此节点边际成本可能不同。

在三节点系统中, 若节点 3 增加负荷, 低成本机组 G_1 受线路 1 → 3 容量限制, 新增负荷需要更多由 G_2 承担。此时节点 3 的边际供电成本高于没有拥塞时的低成本机组边际成本。这里不展开电力市场解释, 只强调一个建模结论: 线路约束绑定后, 不同节点的功率平衡不再具有相同的边际代价。

直流最优潮流在工程和教学中具有重要价值。它保留了网络约束对调度结果的影响, 又避免了交流最优潮流中的非线性和非凸性。其主要局限是不能处理电压、无功和网损问题, 因此直流最优潮流结果仍需要交流潮流或交流最优潮流进一步校核。

本章小结

本章介绍了直流最优潮流模型。直流最优潮流以发电成本最小为常见目标, 将直流潮流方程、机组出力边界和线路有功容量约束纳入同一优化模型。PTDF 形式可以消去相角变量, 将线路潮流直接表示为节点注入功率的线性函数。线性成本下, 直流最优潮流是线性规划; 凸二次成本下, 它是二次规划。线路拥塞会改变最优出力, 并可能造成不同节点边际成本差异。

第十章 交流最优潮流

10.1 交流最优潮流基本模型

交流最优潮流 (Alternating Current Optimal Power Flow, AC OPF) 是在交流潮流方程基础上建立的最优潮流模型。与直流最优潮流相比, 交流最优潮流保留电压幅值、节点相角、有功功率和无功功率, 能够描述电压约束、发电机无功边界、支路视在功率约束和网损。因此, 交流最优潮流更接近实际交流电网的稳态运行模型。

设节点集合为 \mathcal{N} , 支路集合为 \mathcal{E} , 发电机集合为 \mathcal{G} 。节点 i 的电压相量为

$$V_i = |V_i|e^{j\theta_i}. \quad (10.1)$$

若以发电成本最小为目标, 交流最优潮流的基本模型可写为

$$\begin{aligned} \min_{\{P_g, Q_g\}, |V|, \theta} \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g(P_g) \\ \text{s.t.} \quad & P_i^{\text{calc}}(|V|, \theta) = \sum_{g: i(g)=i} P_g - P_{d,i}, \quad i \in \mathcal{N}, \\ & Q_i^{\text{calc}}(|V|, \theta) = \sum_{g: i(g)=i} Q_g - Q_{d,i}, \quad i \in \mathcal{N}, \\ & P_g^{\min} \leq P_g \leq P_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}, \\ & Q_g^{\min} \leq Q_g \leq Q_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}, \\ & V_i^{\min} \leq |V_i| \leq V_i^{\max}, \quad i \in \mathcal{N}, \\ & |S_{ij}(|V|, \theta)| \leq S_{ij}^{\max}, \quad (i, j) \in \mathcal{E}, \\ & \theta_r = 0. \end{aligned} \quad (10.2)$$

其中, P_g 和 Q_g 为发电机有功、无功出力, $P_{d,i}$ 和 $Q_{d,i}$ 为节点负荷, 节点 r 为参考节点。 $P_i^{\text{calc}}(|V|, \theta)$ 和 $Q_i^{\text{calc}}(|V|, \theta)$ 分别表示由当前节点电压和节点导纳矩阵计算得到的节点有功、无功注入。

由第三章可知, 交流节点功率方程为

$$P_i^{\text{calc}}(|V|, \theta) = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}), \quad (10.3)$$

$$Q_i^{\text{calc}}(|V|, \theta) = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}), \quad (10.4)$$

其中, $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ 。式 (10.3) 和式 (10.4) 是交流最优潮流中最核心的等式约束。它们要求优化得到的发电机出力和节点电压状态必须满足交流电网的有功、无功平衡。

支路容量约束通常采用视在功率形式。若支路 $i \rightarrow j$ 的复功率为

$$S_{ij}(|V|, \theta) = P_{ij}(|V|, \theta) + jQ_{ij}(|V|, \theta), \quad (10.5)$$

则容量约束可写为

$$P_{ij}^2(|V|, \theta) + Q_{ij}^2(|V|, \theta) \leq (S_{ij}^{\max})^2. \quad (10.6)$$

在部分工程模型中,也可以使用支路电流约束或支路首末端容量约束。若对支路两端均进行校核,则需要同时加入 $i \rightarrow j$ 和 $j \rightarrow i$ 两个方向的容量约束。

表 10.1 交流最优潮流中的主要变量和约束

内容	典型表达	含义
决策变量	P_g, Q_g, V_i , θ_i	发电机出力和节点电压状态
网络方程	$P_i^{\text{calc}} = P_{g,i} - P_{d,i}, Q_i^{\text{calc}} = Q_{g,i} - Q_{d,i}$	节点有功和无功功率平衡
设备边界	$P_g^{\min} \leq P_g \leq P_g^{\max}, Q_g^{\min} \leq Q_g \leq Q_g^{\max}$	发电机有功和无功能力范围
网络安全约束	$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max}, S_{ij} \leq S_{ij}^{\max}$	节点电压合格和支路热稳定限制

交流最优潮流可以同时处理有功调度和无功电压问题。发电机有功出力主要影响发电成本和有功潮流分布,发电机无功出力和节点电压幅值主要影响电压水平和无功分布。由于这些量通过交流功率方程耦合在一起,交流最优潮流的计算复杂度明显高于直流最优潮流。

10.2 非线性规划形式与非凸性

交流最优潮流属于非线性规划 (Nonlinear Programming, NLP) 问题。其困难主要来自交流功率方程和支路容量约束中的非线性项。式 (10.3) 和式 (10.4) 中包含电压幅值乘积以及相角差的正弦、余弦函数,例如 $|V_i||V_j| \cos(\theta_i - \theta_j)$ 和 $|V_i||V_j| \sin(\theta_i - \theta_j)$ 。这些项使功率平衡约束对电压幅值和相角呈现非线性关系。

支路容量约束也会增加求解难度。式 (10.6) 以支路有功和无功潮流的平方和限制视在功率,而 $P_{ij}(|V|, \theta)$ 和 $Q_{ij}(|V|, \theta)$ 本身又由节点电压非线性计算得到。与直流最优潮流中的线性线路约束相比,交流容量约束更加复杂。

交流最优潮流通常还是非凸问题。非凸性意味着,满足一阶最优性条件的解可能只是局部最优解,未必是全局最优解。实际求解中,常用内点法、序列二次规划和其他非线性规划算法。这些算法通常从给定初值出发,寻找满足约束和一阶最优性条件的局部解。初值、变量尺度、约束边界和网络运行状态都会影响求解稳定性。

为了理解非线性规划求解器的基本工作对象,可以考虑一般形式

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & g(x) = 0, \\ & h(x) \leq 0. \end{aligned} \quad (10.7)$$

其拉格朗日函数为

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x), \quad (10.8)$$

其中, λ 为等式约束乘子, μ 为不等式约束乘子。在常规正则性条件下,局部最优解需要满足 Karush-Kuhn-Tucker 条件 (KKT Conditions)。其基本形式包括

$$\nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda, \mu) = 0, \quad (10.9)$$

$$g(x) = 0, \quad h(x) \leq 0, \quad (10.10)$$

$$\mu \geq 0, \quad \mu_i h_i(x) = 0. \quad (10.11)$$

式 (10.9) 表示目标函数和约束函数在最优点处达到一阶平衡。式 (10.10) 表示解必须满足原始约束。式 (10.11) 表示只有绑定的不等式约束才可能具有非零乘子。

以支路容量约束为例，若最优解中 $|S_{ij}| < S_{ij}^{\max}$ ，则该约束未绑定，通常不会直接限制最优解；若最优解中 $|S_{ij}| = S_{ij}^{\max}$ ，则该约束绑定，继续沿某些方向降低成本可能会导致线路越限。此时该约束会对最优解产生直接影响，并可能具有非零约束乘子。

对交流最优潮流而言，KKT 条件有助于理解最优解结构，这里不展开完整求解算法。实际软件通常调用成熟非线性规划求解器，由求解器处理迭代方向、步长、约束活跃集和收敛判据。建模者更需要关注变量、约束、初值和结果校核是否合理。

表 10.2 直流最优潮流与交流最优潮流的求解特征

比较项	直流最优潮流	交流最优潮流
网络方程	线性有功潮流方程	非线性有功和无功潮流方程
主要变量	机组有功出力和节点相角	有功、无功、电压幅值和相角
典型问题类型	线性规划或二次规划	非线性规划，通常非凸
电压与无功	不显式考虑	显式考虑
求解结果	通常计算稳定，适合作为近似调度	模型更精细，但存在非凸性和初值敏感性

10.3 交流最优潮流与潮流计算的关系

交流潮流计算和交流最优潮流使用相同的网络物理基础。二者都依赖交流功率方程，都需要计算节点电压和支路潮流。差别在于，交流潮流计算用于校核给定运行点，交流最优潮流用于选择满足约束的运行点。

在交流潮流计算中，发电机有功出力、PV 节点电压幅值、负荷功率和网络参数通常已经给定。计算任务是求解未知电压状态和部分节点无功出力。若潮流收敛，还需要进一步检查电压越限、线路越限和发电机无功越限。

在交流最优潮流中，部分给定量变成了优化变量。例如，发电机有功出力可以在上下限内调整，发电机无功出力和节点电压也可以在允许范围内调整。模型在调整这些变量的同时，要求交流功率方程成立，并要求电压和线路容量满足安全约束。

表 10.3 交流潮流计算与交流最优潮流的变量处理差异

内容	交流潮流计算	交流最优潮流
发电机有功出力	通常给定	可作为优化变量
发电机无功出力	由潮流计算得到，并校核上下限	作为变量并直接受上下限约束
节点电压幅值	PQ 节点待求，PV 和平衡节点给定	作为变量参与优化，并受上下限约束
节点相角	非平衡节点待求	作为状态变量参与优化
线路潮流	潮流收敛后计算并校核	作为网络安全约束直接限制

可以用一个简单场景说明二者关系。若先根据经济调度得到机组出力，再运行交流潮流计算，可能发现某些节点电压低于下限。此时，潮流计算只能说明当前运行点电压不合格，不能自动给出新的

控制方案。若建立交流最优潮流模型，并允许发电机无功出力、电压相关控制量或有功分配在边界内调整，则模型可能找到一个新的运行点，使上述节点的电压满足约束，同时尽量保持发电成本较低。

交流最优潮流结果仍需进行解释和校核。首先，需要检查求解器是否收敛，并确认约束违反量是否在容差范围内。其次，需要检查哪些约束绑定，例如电压下限、线路容量上限或发电机无功上限。最后，需要结合工程逻辑判断控制量是否合理，例如发电机无功是否长期贴近上限，变压器分接头是否处于极限档位。

交流最优潮流是精细运行优化的重要模型，但它对数据质量和求解设置要求较高。若网络参数、负荷数据、设备边界或节点类型设置错误，求解结果可能没有工程意义。实际应用中，常将直流最优潮流用于快速有功调度，再用交流潮流或交流最优潮流进行电压、无功和容量校核。

本章小结

本章介绍了交流最优潮流的基本模型、非线性规划形式及其与交流潮流计算的关系。交流最优潮流保留电压幅值、相角、有功和无功变量，能够描述发电机有功无功边界、电压约束和支路视在功率约束。由于交流功率方程包含电压幅值乘积和相角差三角函数，交流最优潮流是非线性且通常非凸的优化问题。交流潮流计算用于校核给定运行点，交流最优潮流用于在约束下选择运行点。

第十一章 配电网最优潮流

11.1 配电网建模差异

前几章主要围绕输电网或一般交流网络展开。配电网在结构和运行特性上与输电网存在明显差异，因此在建立最优潮流模型时常采用不同表达方式。配电网通常具有径向或弱环结构，线路电阻不可忽略，电压幅值对负荷和无功变化较敏感。分布式光伏、储能和电动汽车等资源接入后，配电网潮流方向也可能随时间变化。

输电网中常见近似是 $R \ll X$ ，有功潮流主要受相角差影响。配电网线路的 R/X 比通常较高，电阻对电压降和有功损耗影响显著。若继续使用直流潮流近似，往往难以准确描述电压幅值、网损和无功功率，因此不适合作为配电网精细运行优化的主要模型。

径向结构是配电网建模的重要特点。若将变电站或上级电网连接点作为根节点，馈线可看成从根节点向下游负荷节点逐级延伸的树形网络。支路功率沿树形结构逐级传递，使得配电网模型可以直接使用父子节点关系描述功率流动。支路潮流模型 (DistFlow Model) 正是基于这一特点建立的。对于通过开关保持开环运行的配电网，在给定开关状态后，也可以按照径向网络建立 DistFlow 模型。

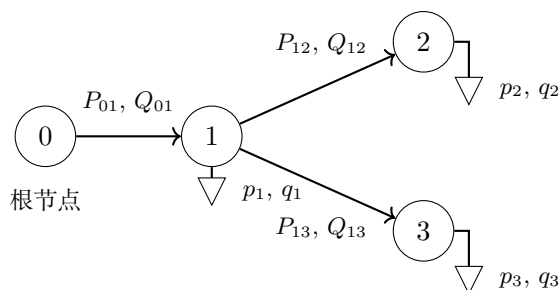


图 11.1 径向配电网中的支路功率方向与节点净负荷

图 11.1 中，节点 0 可表示变电站低压侧或上级电网等值节点，节点 1、2、3 表示馈线下游节点。支路功率 P_{ij}, Q_{ij} 按从上游节点 i 到下游节点 j 的方向定义。节点净负荷用 p_j, q_j 表示，负荷为正。若节点接入分布式电源，可将分布式电源出力并入净负荷；当净负荷为负时，表示该节点向上游反送功率。

与交流最优潮流相比，DistFlow 模型不直接使用节点相角作为主要变量，而是使用支路有功功率、支路无功功率、电压幅值平方和电流幅值平方。对径向网络而言，这种变量选择更贴合馈线功率逐级传递的结构。

配电网最优潮流需要同时关注上级电网购电、分布式电源出力、储能充放电、节点电压和支路电流。若进一步考虑开关重构、储能状态和设备投切，模型会变为混合整数优化问题。本章只介绍连续型 DistFlow 最优潮流的基本结构。

表 11.1 输电网与配电网建模特性的差异

比较项	输电网常见特性	配电网常见特性
网络结构	网状结构较多	径向或弱环结构较多
线路参数	电抗通常占主导	电阻影响显著, R/X 比较高
主要关注	有功潮流分布和线路容量	电压偏差、网损和支路电流
近似模型	直流潮流较常用	DistFlow 和 LinDistFlow 更常用

11.2 DistFlow 方程与最优潮流约束

考虑一条径向支路 $i \rightarrow j$ 。定义 P_{ij} 和 Q_{ij} 分别为从节点 i 流向节点 j 的有功和无功功率, $v_i = |V_i|^2$ 为节点 i 的电压幅值平方, $l_{ij} = |I_{ij}|^2$ 为支路电流幅值平方。设支路阻抗为 $r_{ij} + jx_{ij}$, 节点 j 的净负荷为 p_j, q_j , 并用 $\mathcal{C}(j)$ 表示节点 j 的下游相邻节点集合。

DistFlow 方程可写为

$$P_{ij} = p_j + \sum_{k \in \mathcal{C}(j)} P_{jk} + r_{ij} l_{ij}, \quad (11.1)$$

$$Q_{ij} = q_j + \sum_{k \in \mathcal{C}(j)} Q_{jk} + x_{ij} l_{ij}, \quad (11.2)$$

$$v_j = v_i - 2(r_{ij} P_{ij} + x_{ij} Q_{ij}) + (r_{ij}^2 + x_{ij}^2) l_{ij}, \quad (11.3)$$

$$l_{ij} v_i = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2. \quad (11.4)$$

式 (11.1) 和式 (11.2) 表示支路输入功率用于供给节点净负荷、下游支路功率和本支路损耗。式 (11.3) 表示沿支路的电压降。式 (11.4) 表示支路功率、电压和电流之间的关系。

若忽略损耗项和二次项, 可得到线性化 DistFlow 模型, 也称 LinDistFlow:

$$P_{ij} \approx p_j + \sum_{k \in \mathcal{C}(j)} P_{jk}, \quad (11.5)$$

$$Q_{ij} \approx q_j + \sum_{k \in \mathcal{C}(j)} Q_{jk}, \quad (11.6)$$

$$v_j \approx v_i - 2(r_{ij} P_{ij} + x_{ij} Q_{ij}). \quad (11.7)$$

LinDistFlow 形式简单, 常用于配电网电压快速估计和凸优化建模。但当线路损耗较大或支路负载较重时, 忽略损耗项会带来误差。

配电网最优潮流可以在 DistFlow 方程基础上建立。若以网损最小为目标, 并允许接入分布式资源的节点净负荷在一定范围内调节, 一个基本模型可写为

$$\begin{aligned}
& \min_{P, Q, v, l, \{p_j, q_j\}_{j \in \mathcal{N}_{\text{DER}}}} \sum_{(i, j) \in \mathcal{E}} r_{ij} l_{ij} \\
& \text{s.t.} \quad \text{满足式(11.1)-(11.4)}, \\
& \quad v_0 = \bar{v}_0, \\
& \quad v_i^{\min} \leq v_i \leq v_i^{\max}, \quad i \in \mathcal{N}, \\
& \quad 0 \leq l_{ij} \leq l_{ij}^{\max}, \quad (i, j) \in \mathcal{E}, \\
& \quad p_j^{\min} \leq p_j \leq p_j^{\max}, \quad j \in \mathcal{N}_{\text{DER}}, \\
& \quad q_j^{\min} \leq q_j \leq q_j^{\max}, \quad j \in \mathcal{N}_{\text{DER}}.
\end{aligned} \quad (11.8)$$

其中, \mathcal{N}_{DER} 表示接入可调分布式资源的节点集合, $v_0 = \bar{v}_0$ 表示根节点电压平方给定。对 $j \notin \mathcal{N}_{\text{DER}}$ 的节点, p_j, q_j 作为给定净负荷参数进入 DistFlow 方程。

两支路径向馈线的电压估计

设一条径向馈线为 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$, 根节点电压平方为 $v_0 = 1.00$ 。两条支路参数均为 $r = 0.01$ 、 $x = 0.03$ 。节点 1 净负荷为 $p_1 = 0.30$ 、 $q_1 = 0.10$, 节点 2 净负荷为 $p_2 = 0.40$ 、 $q_2 = 0.15$ 。若采用 LinDistFlow, 并忽略损耗, 则

$$P_{12} = 0.40, \quad Q_{12} = 0.15,$$

$$P_{01} = 0.30 + 0.40 = 0.70, \quad Q_{01} = 0.10 + 0.15 = 0.25.$$

节点 1 电压平方约为

$$v_1 = 1.00 - 2(0.01 \times 0.70 + 0.03 \times 0.25) = 0.971.$$

节点 2 电压平方约为

$$v_2 = 0.971 - 2(0.01 \times 0.40 + 0.03 \times 0.15) = 0.954.$$

该结果说明, 沿馈线下游方向电压逐步降低。若下游分布式光伏出力增加, 净负荷下降, 电压降会减小, 甚至可能出现电压上升。

DistFlow 方程中的等式 (11.4) 是非凸约束。常见处理方法是将其放松为

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \leq l_{ij} v_i. \quad (11.9)$$

在 $l_{ij} \geq 0$ 且 $v_i \geq 0$ 的条件下, 式 (11.9) 可写成二阶锥形式, 从而得到二阶锥规划 (Second-Order Cone Programming, SOCP) 模型。二阶锥松弛 (Second-Order Cone Relaxation, SOCR) 在配电网最优潮流中很常见。其作用是将难处理的非凸等式替换为更容易求解的凸约束。松弛解是否精确, 需要结合网络结构、目标函数和约束条件进一步判断。

表 11.2 DistFlow 最优潮流中的常见约束

约束类型	典型表达	含义
支路功率平衡	式 (11.1) 和式 (11.2)	描述上游功率如何供给节点净负荷、下游支路和线路损耗
电压降方程	式 (11.3)	描述支路阻抗和支路功率对节点电压的影响
功率电流关系	$l_{ij} v_i = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$	连接支路功率、电压和电流, 是非凸关系
电压边界	$(V_i^{\min})^2 \leq v_i \leq (V_i^{\max})^2$	限制节点电压在合格范围内
电流边界	$0 \leq l_{ij} \leq l_{ij}^{\max}$	限制支路热稳定运行范围

11.3 三类最优潮流对比

直流最优潮流、交流最优潮流和 DistFlow 最优潮流都属于最优潮流模型, 但面向的网络对象和建模重点不同。直流最优潮流保留有功和相角, 适合输电网快速调度和线路有功约束分析。交流最优

潮流保留完整交流功率方程，适合需要同时考虑电压、无功和视在功率约束的场景。DistFlow 最优潮流利用径向结构，适合配电网电压和支路电流优化。

三类模型的主要差异可从网络方程、变量选择、约束能力和求解难度几个方面理解。

表 11.3 三类最优潮流模型比较

比较项	直流最优潮流	交流最优潮流	DistFlow 最优潮流
网络方程	直流潮流线性方程	交流有功、无功功率方程	径向支路潮流方程
主要变量	P_g, θ	P_g, Q_g, V , θ	$P_{ij}, Q_{ij}, v_i, l_{ij}$
无功功率	不考虑	显式考虑	显式考虑
电压约束	不直接考虑	直接考虑	直接考虑，常用电压平方表达
线路约束	有功潮流限值	视在功率或电流限值	支路电流限值
典型网络	输电网有功近似	一般交流网络	径向配电网
求解形式	线性规划或二次规划	非线性规划，通常非凸	非凸模型，或经二阶锥松弛后的凸模型

若研究三节点输电网中低成本机组受线路容量限制的问题，直流最优潮流可以直接给出出力调整结果。若同一系统还需要检查节点电压和发电机无功边界，则需要交流最优潮流。若研究一条 10 kV 馈线中光伏出力过高导致末端电压越上限的问题，则 DistFlow 或 LinDistFlow 模型更符合配电网结构。

模型选择还与数据条件有关。直流最优潮流所需数据较少，通常只需要有功负荷、机组成本、线路电抗和线路有功容量。交流最优潮流需要更完整的导纳矩阵、电压上下限、发电机无功能力和支路容量数据。DistFlow 模型需要明确的径向拓扑、支路阻抗、节点净负荷和支路电流限值。

三类模型之间也可以配合使用。例如，在大系统有功调度中，可以先用直流最优潮流快速得到机组出力，再用交流潮流进行校核。对于配电网运行优化，可以用 LinDistFlow 快速生成初步方案，再用完整 DistFlow 或交流潮流进行验证。在基础建模层面，理解这些模型的假设和适用边界，比展开所有求解细节更重要。

本章小结

本章介绍了配电网最优潮流与 DistFlow 模型。配电网通常具有径向结构、较高 R/X 比和明显电压敏感性，因此直流潮流近似并不适合精细分析。DistFlow 模型以支路功率、电压平方和电流平方为变量，能够描述径向馈线中的功率传递、电压降和支路损耗。LinDistFlow 通过忽略损耗项得到线性近似，适合快速分析。完整 DistFlow 模型含有非凸功率电流关系，可通过二阶锥松弛转化为更容易求解的形式。直流最优潮流、交流最优潮流和 DistFlow 最优潮流分别适用于不同网络和分析任务。

参考文献

- [1] 王锡凡. 现代电力系统分析[M]. 科学出版社, 2003.
- [2] 刘笙. 电气工程基础 (上、下册) [M]. 科学出版社, 2008.
- [3] ZIMMERMAN R D, MURILLO-SANCHEZ C E, THOMAS R J. MATPOWER: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education[J/OL]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(1): 12-19. DOI: [10.1109/TPWRS.2010.2051168](https://doi.org/10.1109/TPWRS.2010.2051168).
- [4] THURNER L, SCHEIDLER A, SCHÄFER F, et al. pandapower —an open-source python tool for convenient modeling, analysis, and optimization of electric power systems[J/OL]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 6510-6521. DOI: [10.1109/TPWRS.2018.2829021](https://doi.org/10.1109/TPWRS.2018.2829021).